



চম শ্রেণীর সৃজনশীল গণিতের সম্পূর্ণ সমাধান

অটোমেটিক স্ক্রলের মাধ্যমে ই-বুক পড়ার জন্যঃ

আপনার আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Menu Bar এর View অপশনটি তে ক্লিক করে  Auto/Automatically Scroll অপশনটি সিলেক্ট করুন (☞ সরাসরি যেতে Ctrl + Shift + H) এবার ↑ Up Arrow বা ↓ Down Arrow তে ক্লিক করে আপনার পড়ার সুবিধা অনুসারে স্ক্রল স্পীড ঠিক করে নিন।

☞ সূচিপত্রের জন্য .pdf রিডারের বামপাশের স্লাইড বারের বুকমার্ক মেনু  ওপেন করুন

 মোবাইল .pdf রিডারের Bookmarks /Content of Book মেনু ওপেন করুন

☞ সূচিপত্রের কোন অধ্যায়ে সরাসরি যাওয়ার জন্য এর নামের  উপর ক্লিক করুন

প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণা 

অধ্যায় প্রথম প্যার্ট 

অধ্যায় দ্বিতীয় 

২.১ মুনাফা 

২.২ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা 

অধ্যায় তৃতীয় পরিমাপ

অধ্যায় চতুর্থ 

৪.১ বীজগণিতীয় সুপ্রবলি ও প্রয়োগ 

৪.২ ঘনফলের সুপ্রাবলি 

৪.৩ উৎপাদকে বিশ্লেষণ 

৪.৪ বীজগণিতীয় রাশির গমগু ও লসাগু 

অধ্যায় পঞ্চম

৫.১ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের 

লগিফিকরণ যোগ ও বিয়োগ

৫.২ ভগ্নাংশের গুন ও ভাগ 

অধ্যায় ষষ্ঠ

৬.১ সরল সহসমীকরণ 

৬.২ বাস্তবজিত্তিক সমসস্যের সহসমীকরণ 

অধ্যায় সপ্তম সেট 

অধ্যায় অষ্টম 

৮.১ চতুর্ভুজ 

৮.২ চতুর্ভুজ অক্ষন 

অধ্যায় নবম দিখাগোরাসের উপপাদ্য 

অধ্যায় দশম

১০.১ বৃত্ত 

১০.২ বৃত্তের উপপাদ্য 



গণিত

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমানঃ ১০০

সৃজনশীল প্রশ্নের জন ৬০ নম্বর

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য ৪০ নম্বর বরাদ্দ রয়েছে।

সৃজনশীল প্রশ্নঃ প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নের নম্বর

১০

- ৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন থেকে ৬টি প্রশ্নের উত্তর প্রদান করতে হবে।
- পাটিগণিত অংশ থেকে ২টি পাটিগণিত অংশ থেকে ১টি
- বীজগণিত অংশ থেকে ৩টি বীজগণিত অংশ থেকে ২টি
- জ্যামিতি অংশ থেকে ৩টি জ্যামিতি অংশ থেকে ২টি
- পরিসংখ্যান অংশ থেকে ১টি পরিসংখ্যান অংশ থেকে ১টি

মোট ৬টি প্রশ্নের উত্তর প্রদান করতে হবে।

$$১০ \times ৬ = ৬০$$

বহুনির্বাচনি প্রশ্নঃ প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের নম্বর

১

পাটিগণিত অংশ থেকে ১০- ১২টি,
বীজগণিত অংশ থেকে ১০- ১৫টি,
জ্যামিতি অংশ থেকে ১০- ১৫টি এবং
পরিসংখ্যান অংশ থেকে ২- ৪টি করে

মোট ৪০টি প্রশ্ন থাকবে।

৪০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থেকে ৪০টি প্রশ্নেরই উত্তর প্রদান করতে হবে। $৪০ \times ১ = ৪০$

গণিত বিষয়ে

সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণা

সৃজনশীল পদ্ধতিতে অন্যান্য বিষয়ে প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নে উদ্দীপকের অধীনে চারটি দক্ষতা স্তরের প্রশ্ন(জ্ঞান, অনুধাবন, প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতা) থাকলেও গণিত বিষয়ে তিনটি স্তরের প্রশ্ন থাকবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন পদ্ধতিতে গণিত বিষয়ে দু'ধরনের প্রশ্ন থাকবে-

সৃজনশীল প্রশ্ন

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সৃজনশীল প্রশ্নঃ সৃজনশীল প্রশ্নের শুরুতেই একটি দৃশ্যকল্প/উদ্দীপক থাকবে।

উদ্দীপক/দৃশ্যকল্প হচ্ছে পাঠ্য বিষয়ের আলোকে তৈরি একটি অনুচ্ছেদ, সূত্র, সমীকরণ, সারণি, ডায়াগ্রাম চিত্র- ইত্যাদি। সাধারণত উদ্দীপকটি হবে মৌলিক, বাস্তব জীবনের সাথে সম্পর্কিত। এ উদ্দীপককে কেন্দ্র করে কাঠিন্যের স্তর অনুসারে তিনটি প্রশ্ন করা হবে।

প্রশ্ন তিনটি যথাক্রমে

(ক) সহজ স্তর - ২ নম্বর

(খ) মধ্যম স্তর - ৪ নম্বর

(গ) কঠিন স্তর - ৪ নম্বর

(ক) সহজ স্তরঃ

এ অংশের প্রশ্নটি সাধারণত সহজ হয়ে থাকে। প্রশ্নে শিক্ষার্থীদের সাধারণ প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। শিক্ষার্থীরা উদ্দীপক বা দৃশ্যকল্পের তথ্যের আলোকে প্রশ্নটির উত্তর করবে। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ২ নম্বর। শিক্ষার্থীরা পুরো প্রশ্নটি উত্তর করতে পারলে ২ নম্বর পাবে। উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে ১ নম্বর পাওয়া যেতে পারে।

(খ) মধ্যম স্তরঃ

এ অংশে শিক্ষার্থীদের প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। উদ্দীপক বা উদ্দীপকসহ 'ক' নম্বর প্রশ্ন থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুযায়ী সূত্র প্রয়োগ করে ব্যাখ্যা বিশ্লেষণের মাধ্যমে এ প্রশ্নের উত্তর করতে হয়। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ৪ নম্বর। শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে পুরো ৪ নম্বর। শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে পুরো ৪ বা ৩ বা ২ বা ১ নম্বর পেতে পারে।

(গ) কঠিন স্তরঃ

এ অংশের প্রশ্ন সাধারণত জটিল প্রকৃতির হয়ে থাকে। শিক্ষার্থীদের এ স্তরে প্রদত্ত তথ্যের আলোকে নতুন পরিস্থিতিতে সূত্র প্রয়োগ এবং ব্যাখ্যা বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তর করতে হবে। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ৪ নম্বর। (খ) অংশের মতো এখানেও শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে পুরো ৪ বা ৩ বা ২ বা ১ নম্বর পেতে পারে।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণাঃ

গণিত বিষয়ে সৃজনশীল প্রশ্নের মতো বহুনির্বাচনি প্রশ্নও তিনটি স্তরের হয়ে থাকে। প্রয়োগ দক্ষতার স্তর অনুযায়ী এগুলো সহজমান, মধ্যমান বা কঠিনমানের হয়ে থাকে। এ পদ্ধতিতে বহুনির্বাচনি প্রশ্ন প্রাথমিক ভাবে তিনটি ভাগে বিভক্ত থাকে যথা-

(১) সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নঃ

এ ধরনের প্রশ্নের সূচনা প্রশ্নের আকারে অথবা অসম্পূর্ণ বাক্য হিসেবে দেওয়া হয়ে থাকে, যা উদ্দীপক হিসেবে কাজ করে। এর পরে থাকে ৪টি বিকল্প উত্তর, যার মধ্যে একটি মাত্র সঠিক উত্তর।

(২) বহুপদী সমাপ্তিসূচক প্রশ্নঃ

এ ধরনের প্রশ্ন স্মৃতিনির্ভর নয় এবং এর সূচনাতে ৩টি তথ্য দেওয়া হয়। এ ৩টি তথ্য সম্পর্কিত ৪টি উত্তর থেকে শিক্ষার্থীকে একটি বাছাই করতে হয়। এ চারটি উত্তরের মধ্যে কোনোটিতে উল্লেখিত তিনটি তথ্যের একটি, দুটি কিংবা তিনটি তথ্য উল্লেখ থাকে।

(৩) অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্নঃ

এ ধরনের বহুনির্বাচনি প্রশ্নে সরবরাহ করা একই তথ্য/উদ্দীপক থেকে কয়েকটি প্রশ্ন করা যায়। প্রশ্নগুলো পরস্পরের সাথে সম্পর্কিত হবে। প্রশ্নটির কাঠামো সাধারণ বহুনির্বাচনি অথবা বহুপদী সমাপ্তি সূচক প্রকৃতির হতে পারে। উদ্দীপকের সহায়তা ছাড়া অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্নের উত্তর করা যায় না।

প্রশ্নের হারঃ

গণিতের সৃজনশীল প্রশ্নের মতো বহুনির্বাচনি প্রশ্নও হবে প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই উপযোগী। প্রশ্নসমূহের মাধ্যমে প্রয়োগ দক্ষতার কাঠিন্য স্তর(সহজ, মধ্যম ও কঠিন) যাচাই করা হবে। প্রশ্নসমূহের মধ্যে সহজ স্তরের ৩০% মধ্যম স্তরের ৫০% এবং কঠিন স্তরের ২০% প্রশ্ন হবে।

প্রথম অধ্যায় ১ প্যাটার্ন

প্যাটার্ন : গণিত প্যাটার্ন বলতে বোঝায় নিদিষ্ট পন্থায় কোনো কিছু সাজানো, পরিবর্তিত বা বিন্যাস করা। প্যাটার্ন যেকোনো গাণিতিক বিশ্লেষণকে সহজতর ও সহজবোধ্য করে তোলে। শিশুর লাল-নীল আলাদা করা, ৫ এর গুণিতকের শেষের সংখ্যাটি ০ বা ৫ হওয়া ইত্যাদি হচ্ছে প্যাটার্ন।

মৌলিক সংখ্যা : ১ থেকে বড় সেই সব সংখ্যা যার ১ এবং সেই সংখ্যাটি ছাড়া অন্য কোন গুণনীয়ক নেই তাদেরকে মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন : ২, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি। ২ হচ্ছে সবচেয়ে ছোট এবং একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা।

স্বাভাবিক সংখ্যা : ১ থেকে শুরু করে যে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে। যেমন : ১, ২, ৩, ৪

ক্রমিক সংখ্যা : যেকোনো সংখ্যার সাথে ১ যোগ করে তার পরবর্তী ক্রমিক সংখ্যা পাওয়া যায়। যেমন : ৫, ৬ ও ৭ ক্রমিক সংখ্যা।

ম্যাজিক বর্গ : ম্যাজিক বর্গ এমন একটি ছক যার পাশাপাশি ও উপর নিচের ঘর সংখ্যা সমান এবং প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোকে উপর-নিচ, পাশাপাশি ও কর্ণ অনুযায়ী যোগ করলে প্রতিক্ষেত্রে যোগফল একই হবে।

তালিকার নিদিষ্ট সংখ্যা নির্ণয় :

উদাহরণ ১। তালিকার পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর : ৩, ১০, ১৭, ২৪, ৩১, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৩, ১০, ১৭, ২৪, ৩১, ...
পার্থক্য ৭ ৭ ৭ ৭

লক্ষ করি, প্রতিবার পার্থক্য ৭ করে বাড়ছে। অতএব দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে $৩১ + ৭ = ৩৮$ ও $৩৮ + ৭ = ৪৫$ ।

উদাহরণ ২। তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর : ১, ৪, ৯, ১৬, ২৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১, ৪, ৯, ১৬, ২৫, ...
পার্থক্য ৩ ৫ ৭ ৯

লক্ষ করি, প্রতিবার পার্থক্য ২ করে বাড়ছে। অতএব, পরবর্তী সংখ্যা হবে $২৫+১১ = ৩৬$ ।

উদাহরণ ৩। তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর : ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮, ...

যোগফল ৬ ১১ ১৭ ২৮ ৪৫

তালিকার সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্নে লেখা হয়েছে। পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যাটির সমান। সংখ্যাগুলোর পার্থক্য লক্ষ করে দেখতে পাই যে, প্রথম পার্থক্য বাদে বাকি পার্থক্যগুলো মূল তালিকার সাথে মিলে যায়। এর অর্থ এই যে, কোনো দুইটি ক্রমিক সংখ্যার পার্থক্য পূর্ববর্তী সংখ্যার সমান। অতএব, পরবর্তী সংখ্যা হবে $১৭+২৮=৪৫$ ।

অনুশীলনী ১

১। প্রতিটি তালিকার পরবর্তী চারটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...

(খ) ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...

(গ) ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ...

(ঘ) ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...

(ঙ) ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ...

(চ) ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...

(ক) ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...

পার্থক্য ২ ২ ২ ২

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ২।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৯ + ২ = ১১$$

$$১১ + ২ = ১৩$$

$$১৩ + ২ = ১৫$$

$$১৫ + ২ = ১৭$$

(খ) ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...

পার্থক্য ৪ ৪ ৪ ৪

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৪।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$২০ + ৪ = ২৪$$

$$২৪ + ৪ = ২৮$$

$$২৮ + ৪ = ৩২$$

$$৩২ + ৪ = ৩৬$$

(গ) ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ...
পার্থক্য ৫ ৫ ৫ ৫

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৫।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$২৫ + ৫ = ৩০$$

$$৩০ + ৫ = ৩৫$$

$$৩৫ + ৫ = ৪০$$

$$৪০ + ৫ = ৪৫$$

(ঘ) ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...
পার্থক্য ৭ ৭ ৭ ৭

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৭।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৩৫ + ৭ = ৪২$$

$$৪২ + ৭ = ৪৯$$

$$৪৯ + ৭ = ৫৬$$

$$৫৬ + ৭ = ৬৩$$

(ঙ) ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ...
পার্থক্য ৮ ৮ ৮ ৮

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৮।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৪০ + ৮ = ৪৮$$

$$৪৮ + ৮ = ৫৬$$

$$৫৬ + ৮ = ৬৪$$

$$৬৪ + ৮ = ৭২$$

(চ) ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...
পার্থক্য ৬ ৬ ৬ ৬

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৬।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৩০ + ৬ = ৩৬$$

$$৩৬ + ৬ = ৪২$$

$$৪২ + ৬ = ৪৮$$

$$৪৮ + ৬ = ৫৪$$

২। প্রতিটি তালিকার পাশাপাশি দুইটি পদের পার্থক্য বের কর এবং পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...

(খ) ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...

(গ) ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

(ঘ) ১১, ৮, ৫, ২, -১, ...

(ঙ) -৫, -৮, -১১, -১৪, ...

(চ) ১৪, ৯, ৪, -১, -৬, ...

(ক) ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...
পার্থক্য ৫ ৫ ৫ ৫

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৫।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$২৭ + ৫ = ৩২$$

$$\text{এবং } ৩২ + ৫ = ৩৭।$$

(খ) ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...
পার্থক্য ১১ ১১ ১১ ১১

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ১১।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৫০ + ১১ = ৬১$$

$$\text{এবং } ৬১ + ১১ = ৭২।$$

(গ) ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

পার্থক্য $- 8 \quad - 8 \quad - 8 \quad - 8$

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য $- 8$ ।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৮ - ৮ = ০$$

$$\text{এবং } ০ - ৮ = - ৮।$$

(ঘ) ১১, ৮, ৫, ২, $- ১$, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১১, ৮, ৫, ২, $- ১$, ...

পার্থক্য $- ৩ \quad - ৩ \quad - ৩ \quad - ৩$

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য $- ৩$ ।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$- ১ - ৩ = - ৪$$

$$\text{এবং } - ৪ - ৩ = - ৭।$$

(ঙ) $- ৫$, $- ৮$, $- ১১$, $- ১৪$, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো $- ৫$, $- ৮$, $- ১১$, $- ১৪$, ...

পার্থক্য $- ৩ \quad - ৩ \quad - ৩$

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য $- ৩$ ।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$- ১৪ - ৩ = - ১৭$$

$$\text{এবং } - ১৭ - ৩ = - ২০।$$

(চ) ১৪, ৯, ৪, $- ১$, $- ৬$, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১৪, ৯, ৪, $- ১$, $- ৬$, ...

পার্থক্য $- ৫ \quad - ৫ \quad - ৫ \quad - ৫$

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য $- ৫$ ।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$- ৬ - ৫ = - ১১$$

$$\text{এবং } - ১১ - ৫ = - ১৬।$$

৩। তালিকার পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ...

(খ) ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

(গ) ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ...

(ঘ) ৪, - ১, - ১১, - ২৬, - ৪৬, ...

(ক) ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ...

সংখ্যাগুলোর ব্যবধান ০ ২ ৪ ৬ ৮

∴ প্রতিবার পার্থক্য ২ এর গুণিতক হারে বাড়ছে।

এ অনুযায়ী পরবর্তী পার্থক্য হবে, $(৮+২) = ১০$

$$\text{ও } (১০+২) = ১২$$

∴ পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে $২২ + ১০ = ৩২$

$$\text{এবং } ৩২ + ১২ = ৪৪$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৩২, ৪৪।

(খ) ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

পার্থক্য ৩ ৫ ৭ ৯

তালিকার সংখ্যার পার্থক্যগুলোর পার্থক্য ২ করে বাড়ছে।

∴ পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে $২৪ + ১১ = ৩৫$

$$\text{এবং } ৩৫ + ১৩ = ৪৮$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৩৫, ৪৮।

(গ) ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ...

পার্থক্য ৩ ৬ ১২ ২৪

প্রতিবার পার্থক্য এর পূর্বের পার্থক্যের দ্বিগুণ হচ্ছে

পরবর্তী সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে $৪৬ + ৪৮ = ৯৪$

$$\text{এবং } ৯৪ + ৯৬ = ১৯০$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৯৪ ও ১৯০।

(ঘ) ৪, - ১, - ১১, - ২৬, - ৪৬, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ৪, - ১, - ১১, - ২৬, - ৪৬, ...
পার্থক্য - ৫ - ১০ - ১৫ - ২০

প্রতিবার পার্থক্য ৫ এর গুণিতক হারে কমছে।

পরবর্তী সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে - ৪৬ - ২৫ = - ৭১

এবং - ৭১ - ৩০ = - ১০১

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি - ৭১ ও - ১০১।

৪। নিচের সংখ্যা প্যাটার্নগুলোর মধ্যে কোনো মিল রয়েছে কি? প্রতিটি তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

(ক) ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...

(খ) ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...

(গ) - ১, - ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...

(ক) ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...

পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩ ৫

তালিকা সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্নে লেখা হয়েছে। পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যাটির সমান। সংখ্যাগুলোর পার্থক্য লক্ষ করে দেখতে পাই যে, প্রথম পার্থক্য বাদে বাকি পার্থক্যগুলো মূল তালিকার সাথে মিলে যায়। এর অর্থ এই যে, কোনো দুইটি ক্রমিক সংখ্যার পার্থক্য পূর্ববর্তী সংখ্যার সমান।

∴ পরবর্তী সংখ্যা হচ্ছে $১৩ + ৮ = ২১$

(খ) ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...

পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩

লক্ষ করি,

পার্থক্য ২ পাওয়া যায় এর পূর্ববর্তী দুইটি পার্থক্য যোগ করে $(১ + ১)$

" ৩ " " " " " " " " " $(১ + ২)$

এ অনুযায়ী তালিকার পরবর্তী পার্থক্য হবে $(২ + ৩)$

= ৫

সুতরাং, পরবর্তী সংখ্যাটি হচ্ছে $১১ + ৫$

= ১৬

(গ) - ১, - ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা - ১, - ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...
 পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩ ৫

লক্ষ করি,

পার্থক্য ২ পাওয়া যায় এর পূর্ববর্তী দুইটি পার্থক্য যোগ করে (১ + ১)
 " ৩ " " " " " " " " (১ + ২)
 " ৫ " " " " " " " " (২ + ৩)

এ অনুযায়ী তালিকার পরবর্তী পার্থক্য হবে (৩ + ৫)
 = ৮

**সুতরাং, পরবর্তী সংখ্যাটি হচ্ছে ১১ + ৮
 = ১৯**

৫। কোনো এক কম্পিউটার প্রোগ্রাম থেকে নিচের সংখ্যাগুলো পাওয়া গেল :

১ ২ ৪ ৮ ১১ ১৬ ২২

এ সংখ্যাগুলোর একটি সংখ্যা পরিবর্তন করা হলে সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্ন তৈরি করে। সংখ্যাটি চিহ্নিত করে উপযুক্ত সংখ্যা বসান।

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ১, ২, ৪, ৮, ১১, ১৬, ২২
 পার্থক্য ১ ২ ৪ ৩ ৫ ৬

তালিকার সংখ্যাগুলোর পার্থক্য হতে দেখা যায়, ৩য় ও ৪র্থ পার্থক্যটি সঠিক নয়। ফলে তালিকাটি কোন প্যাটার্ন তৈরি করে নি, যদি সংখ্যাগুলোর পার্থক্যে ৪ এর পরিবর্তে ৩ ও ৩ এর পরিবর্তে ৪ হয়। তবে সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্ন তৈরি করে। তখন চতুর্থ সংখ্যা ৮ এর পরিবর্তে হবে (৪ + ৩) = ৭

∴ তালিকাটি ১ ২ ৪ ৭ ১১ ১৬ ২২
 পার্থক্য ১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬

সুতরাং, উপযুক্ত সংখ্যা ৭।

৬। বীজগণিতীয় রাশির সাহায্যে সংখ্যা প্যাটার্নের সারণিটি পূরণ কর :

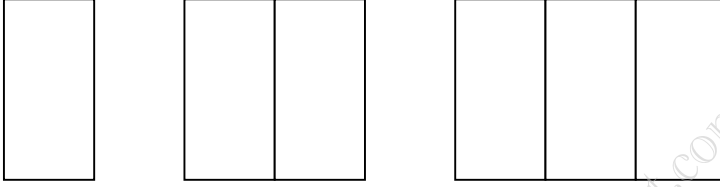
ক্রমিক নং	রাশি	পদ								
		১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম	৬ম	৭ম	৮ম	১০তম
১	২ক - ১	১	৩	৫	৭	৯			১৯	
২	৩ক + ২	৫	৮	১১	১৪					
৩	৪ক + ১	৫								
৪	ক ^২ + ১	২	৫							১০০০১

সমাধান :

নিচের বীজগণিতীয় রাশির সাহায্যে সংখ্যা প্যাটার্নের সারণিটি পূরণ করা হলো :

ক্রমিক নং	রাশি	পদ								
		১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম	৬ম	৭ম	৮ম	১০তম
১	$২ক - ১$	১	৩	৫	৭	৯			১৯	১৯৯
২	$৩ক + ২$	৫	৮	১১	১৪	১৭			৩২	৩০২
৩	$৪ক + ১$	৫	৯	১৩	১৭	২১			৪১	৪০১
৪	$ক^২ + ১$	২	৫	১০	১৭	২৬			১০১	১০০০১

৭। নিচের জ্যামিতিক চিত্রগুলো কাঠি দিয়ে তৈরি করা হয়েছে।



- (ক) কাঠির সংখ্যার তালিকা কত।
 (খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কীভাবে বের করবে তা ব্যাখ্যা কর।
 (গ) কাঠি দিয়ে পরবর্তী চিত্রটি তৈরি কর এবং তোমার উত্তর যাচাই কর।

সমাধান :

(ক) কাঠির সংখ্যার তালিকা : ৪, ৭, ১০

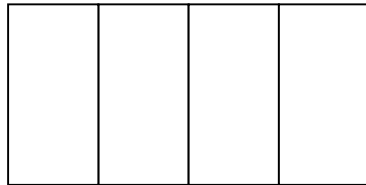
(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যা :

প্রদত্ত তালিকা ৪, ৭, ১০
 পার্থক্য ৩ ৩

প্রতিক্ষেত্রে পার্থক্য ৩।

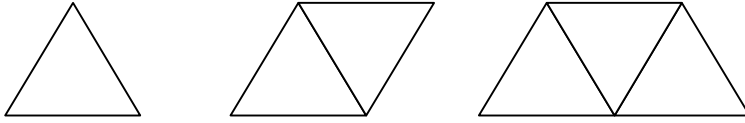
সুতরাং তালিকার পরবর্তী সংখ্যা হবে $১০ + ৩ = ১৩$

(গ) পরবর্তী চিত্রটি হল :



কাঠি দিয়ে তৈরি প্রদত্ত জ্যামিতিক প্যাটার্ন থেকে দেখা যায় যে, প্রতিক্ষেত্রে একটি করে আয়তাকৃতি কলাম যোগ হচ্ছে। এটি এমনভাবে পূর্ববর্তী জ্যামিতিক চিত্রের সাথে যুক্ত হচ্ছে যাতে পূর্ববর্তী চিত্রের ডানদিকের কাঠিটি নতুন করে যুক্ত হওয়ায় চিত্রের বামদিকের কাঠি হিসেবে কাজ করে। অর্থাৎ প্রতিক্ষেত্রে আয়তাকৃতি কলাম বা জ্যামিতিক চিত্র তৈরিতে ৪টি কাঠির পরিবর্তে ৩টি কাঠি ব্যয়িত হচ্ছে। সুতারাং প্রতিক্ষেত্রে ৩টি কাঠি যুক্ত করে পরবর্তী চিত্রটি তৈরি করা হয় বলে তৈরিকৃত জ্যামিতিক চিত্রটি যথার্থ।

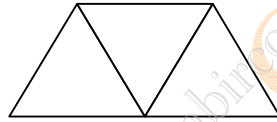
৮। দিয়াশলাইয়ের কাঠি দিয়ে নিচের ত্রিভুজগুলোর প্যাটার্ন তৈরি করা হয়েছে।



- (ক) চতুর্থ প্যাটার্নে দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা বের কর।
(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কীভাবে বের করবে তা ব্যাখ্যা কর।
(গ) শততম প্যাটার্ন তৈরিতে কতগুলো দিয়াশলাইয়ের কাঠির প্রয়োজন?

সমাধান :

(ক) চতুর্থ প্যাটার্নটি হলো :



চিত্র থেকে দেখা যায়, চতুর্থ প্যাটার্নে কাঠি সংখ্যা ৯টি।

(খ) প্রদত্ত তালিকার সংখ্যা : ৩, ৫, ৭
 পার্থক্য ২ ২

সুতারাং পরবর্তী সংখ্যাটি হবে $৭ + ২ = ৯$

(গ) প্রদত্ত প্যাটার্নে দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা ৩, ৫, ৭
 প্রতিক্ষেত্রে পার্থক্য ২ ২

∴ উক্ত প্যাটার্নের জন্য বীজগণিতীয় রাশিমালা = $২ক + ১$
এখানে, 'ক' হচ্ছে প্যাটার্ন সংখ্যা।

∴ ১০০তম প্যাটার্ন তৈরিতে দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা
 = $২ \times ১০০ + ১$
 = ২০১ টি

সুতারাং, শততম প্যাটার্ন তৈরিতে ২০১টি দিয়াশলাইয়ের কাঠি প্রয়োজন।

দ্বিতীয় অধ্যায় 2.1 মুনাফা

লাভ-ক্ষতি :

আমরা লিখতে পারি, লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য
ক্ষতি = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য

(ক) মুনাফা নির্ণয় :

উদাহরণ ১। একজন দোকানদার প্রতি হালি ডিম ২৫ টাকা দরে ক্রয় করে প্রতি ২ হালি ৫৬ টাকা দরে বিক্রয় করলে তাঁর শতকরা কত লাভ হবে?

সমাধান :

১ হালি ডিমের ক্রয়মূল্য ২৫ টাকা

∴ ২ হালি " " " (২৫ × ২) টাকা
= ৫০ টাকা

যেহেতু ডিমের ক্রয়মূল্য থেকে বিক্রয়মূল্য বেশি, সুতরাং লাভ হবে।

সুতরাং, লাভ = (৫৬ – ৫০) টাকা
= ৬ টাকা

৫০ টাকায় লাভ ৬ টাকা

∴ ১ " " $\frac{৬}{৫০}$ "

∴ ১০০ " " $\frac{৬ \times ১০০}{৫০}$ "

১

= ১২ টাকা

সুতরাং, লাভ ১২%

উদাহরণ ২। একটি ছাগল ৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। ছাগলটি আরও ৮০০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করলে ৮% লাভ হতো। ছাগলটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

ছাগলটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

৮% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য (১০০ – ৮) টাকা
= ৯২ টাকা

আবার, ৮% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৮) টাকা
= ১০৮ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য বেশি হয় (১০৮ – ৯২) টাকা
= ১৬ টাকা

বিক্রয়মূল্য ১৬ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} \text{" " ১ " " " " " } \frac{১০০}{১৬} \text{" " } \\ \text{" " ৮০০ " " " " " } \frac{১০০ \times ৮০০}{১৬} \text{" " } \\ \text{" " " " " " " " } \frac{১৬}{১} \text{" " } \\ = ৫০০০ \text{ টাকা} \end{array}$$

সুতরাং, ছাগলটির ক্রয়মূল্য ৫০০০ টাকা।

লক্ষ করি :

মুনাফার হার : ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফাকে মুনাফার হার বা শতকরা বার্ষিক মুনাফা বলা হয়।

সময়কাল : যে সময়ের জন্য মুনাফা হিসাব করা হয় তা এর সময়কাল।

সরল মুনাফা : প্রতি বছর শুধু প্রারম্ভিক মূলধনের ওপর যে মুনাফা হিসাব করা হয়, একে সরল মুনাফা (Simple Profit) বলে। শুধু মুনাফা বলতে সরল মুনাফা বোঝায়।

এ অধ্যায়ে আমরা নিচের বীজগণিতীয় প্রতীকগুলো ব্যবহার করব।

মূলধন বা আসল = P (Principal)	মুনাফা- আসল = আসল + মুনাফা
মুনাফার হার = r (rate of interest)	অর্থাৎ, A = P + I
সময় = n (time)	এখান থেকে পাই,
মুনাফা = I (Profit)	P = A - I
সর্বমুদ্রিত মূলধন বা মুনাফা- আসল = A (Total amount)	I = A - P

উদাহরণ ৩। রমিজ সাহেব ব্যাংকে ৫০০০ টাকা জমা রাখলেন এবং ঠিক করলেন যে, আগামী ৬ বছর তিনি ব্যাংক থেকে টাকা উঠাবেন না। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফা ১০% হলে, ৬ বছর পর তিনি মুনাফা কত পাবেন?

সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ১০ টাকা

$$\begin{array}{r} ১ \text{ " } ১ \text{ " " } \frac{১০}{১০০} \text{ " } \\ ৫০০০ \text{ " } ১ \text{ " " } \frac{১০ \times ৫০০০}{১০০} \text{ " } \\ ৫০০০ \text{ " } ৬ \text{ " " } \frac{১০ \times ৫০০০ \times ৬}{১০০} \text{ " } \\ = ৩০০০ \text{ টাকা} \end{array}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{মুনাফা- আসল} &= \text{আসল} + \text{মুনাফা} \\ &= (৫০০০ + ৩০০০) \text{ টাকা} \\ &= ৮০০০ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

সুতারাং, মুনাফা ৩০০০ টাকা এবং মুনাফা- আসল ৮০০০ টাকা।

$$\begin{aligned}\text{সূত্র : মুনাফা} &= \text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়} \\ I &= Prn \\ \text{মুনাফা- আসল} &= \text{আসল} + \text{মুনাফা} \\ A &= P + I \\ &= P + Prn \quad [\because I = Prn] \\ &= P (1 + rn)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। - এর বিকল্প

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

অর্থাৎ, মুনাফা = আসল \times মুনাফার হার \times সময়

$$\begin{aligned}&= ৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৬ \text{ টাকা} \\ &= ৩০০০ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{মুনাফা- আসল} &= \text{আসল} + \text{মুনাফা} \\ &= (৫০০০ + ৩০০০) \text{ টাকা} \\ &= ৮০০০ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

সুতারাং, মুনাফা ৩০০০ টাকা এবং মুনাফা- আসল ৮০০০ টাকা।

(খ) আসল বা মূলধন নির্ণয় :

উদাহরণ ৪। শতকরা বার্ষিক $৮\frac{১}{২}$ টাকা মুনাফায় কত টাকায় ৬ বছরের মুনাফা ২৫৫০ টাকা হবে?

সমাধান :

$$\text{মুনাফার হার } r = ৮\frac{১}{২}\% \text{ বা } \frac{১৭}{২}\%$$

সময়, $n = ৬$ বছর

আসল, $P = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } P = \frac{I}{rn}$$

$$\text{অর্থাৎ, আসল} = \frac{\text{মুনাফা}}{\text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}$$

$$\therefore \text{আসল} = \frac{২৫৫০}{১৭ \times ৬} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৫০ \times ১৫০}{১৭ \times ৬} \text{ টাকা}$$

$$= (৫০ \times ১০০) \text{ টাকা}$$

$$= ৫০০০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, আসল ৫০০০ টাকা।

(গ) মুনাফার হার নির্ণয়:

উদাহরণ ৫। শতকরা বার্ষিক কত মুনাফায় ৩০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা ১৫০০ টাকা হবে?

সমাধান:

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } r = \frac{I}{Pn}$$

$$\begin{aligned} \text{অর্থাৎ, মুনাফার হার} &= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{সময়}} \\ &= \frac{১৫০০}{৩০০০ \times ৫} \\ &= \frac{১৫০০}{১৫০০০} \\ &= \frac{১}{১০} \\ &= \frac{১০}{১০ \times ১} \\ &= \frac{১০}{১০} \\ &= ১০\% \end{aligned}$$

সুতরাং, মুনাফা ১০%

উদাহরণ ৬। কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা- আসল ৫৫০০ টাকা হয়। মুনাফা, আসলের অংশ হলে, আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, আসল + মুনাফা = মুনাফা- আসল

$$\text{বা, আসল} + \text{আসলের } \frac{৩}{৮} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, } \left(১ + \frac{৩}{৮} \right) \times \text{আসল} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, } \frac{১১}{৮} \times \text{আসল} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, আসল} = \frac{৫৫০০ \times ৮}{১১} \text{ টাকা}$$

$$= ৪০০০ \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মুনাফা} &= \text{মুনাফা- আসল} - \text{আসল} \\ &= (৫৫০০ - ৪০০০) \text{ টাকা} \\ &= ১৫০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

আবার,

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } r = \frac{I}{Pn}$$

$$\begin{aligned} \text{অর্থাৎ, মুনাফার হার} &= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{সময়}} \\ &= \frac{১৫০০}{৪০০০ \times ৩} \\ &= \frac{১৫০০ \times ১০০}{৪০০০ \times ৩} \\ &= \frac{২৫}{৪} \% \\ &= ১২ \frac{১}{২} \% \end{aligned}$$

সুতরাং, আসল ৪০০০ টাকা ও বার্ষিক মুনাফা $১২ \frac{১}{২} \%$

উদাহরণ ৭। বার্ষিক ১২% মুনাফায় কত বছরে ১০,০০০ টাকার মুনাফা ৪৮০০ টাকা হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } n = \frac{I}{Pr}$$

যেখানে, মুনাফা $I = ৪৮০০$ টাকা, মূলধন $P = ১০০০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ১২\%$, সময় $n = ?$

$$\begin{aligned} \therefore \text{সময়} &= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{মুনাফার}} \\ &= \frac{৪৮০০}{১০০০০ \times \frac{১২}{১০০}} \\ &= \frac{৪৮}{১০০০ \times ১২} \text{ বছর} \\ &= ৪ \text{ বছর} \end{aligned}$$

সুতরাং, সময় ৪ বছর।

অনুশীলনী ২.১

১। একটি পণ্যদ্রব্য বিক্রয় করে পাইকারি বিক্রেতার ২০% এবং খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভ হয়। যদি দ্রব্যটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ৫৭৬ টাকা হয়, তবে পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান :

২০% লাভে ১০০ টাকার জিনিসের খুচরা মূল্য $(১০০+২০)$ টাকা
 $= ১২০$ টাকা

খুচরা বিক্রেতার বিক্রয় মূল্য ১২০ টাকা হলে খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore \text{'' '' '' '' ১ '' '' '' '' ''} & \frac{১০০}{১২০} \text{ ''} \\ \therefore \text{'' '' '' '' ৫৭৬ '' '' '' '' ''} & \frac{১০০ \times ৫৭৬}{১২০} \text{ ''} \\ & = ৪৮০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য।

\therefore পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য ৪৮০ টাকা।

২০% লাভে পাইকারি বিক্রেতা ১০০ টাকার জিনিস বিক্রি করে (১০০+২০) টাকা
= ১২০ টাকা

পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore \text{ " " " ১ " " " } & \frac{100}{120} \text{ " " " } \\ \therefore \text{ " " " ৪৮০ " " " } & \frac{100 \times 8}{120} \text{ " " " } \\ & = 800 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

সুতরাং, পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ৪০০ টাকা।

২। একজন দোকানদার কিছু ডাল ২৩৭৫.০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ৫% ক্ষতি হলো। ঐ ডাল কত টাকায় বিক্রয় করলে তার ৬% লাভ হতো?

সমাধান :

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

৫% ক্ষতিতে বিক্রয় মূল্য (১০০ - ৫) টাকা
= ৯৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore \text{ " ১ " " " } & \frac{100}{95} \text{ " " " } \\ \therefore \text{ " ২৩৭৫ " " " } & \frac{100 \times 2375}{95} \text{ " " " } \\ & = 2500 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

আবার,

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

৬% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০+৬) টাকা
= ১০৬ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১০৬ টাকা

$$\begin{aligned} \therefore \text{ " ১ " " " } & \frac{106}{100} \text{ " " " } \\ \therefore \text{ " ২৫০০ " " " } & \frac{106 \times 2500}{100} \text{ " " " } \\ & = 2650 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য ২৬৫০ টাকা।

৩। ৩০ টাকায় ১০টি দরে ও ১৫টি দরে সমান সংখ্যক কলা ক্রয় করে সবগুলো কলা ৩০ টাকায় ১২টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান :

১০টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{30}{10} \text{ " "}$$
$$= 3 \text{ টাকা}$$

আবার,

১৫টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{30}{15} \text{ " "}$$
$$= 2 \text{ টাকা}$$

(১+১) বা ২ টি কলার ক্রয়মূল্য (৩+২) টাকা বা ৫ টাকা

আবার,

১২টি কলার বিক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{30}{12} \text{ " "}$$
$$= 2.5 \text{ টাকা}$$
$$\therefore 2 \text{ " " " " } \frac{30 \times 2}{2} \text{ " "}$$
$$= 5 \text{ টাকা}$$

সুতারাং, এক্ষেত্রে সমান সংখ্যক কলার ক্রয়মূল্য এবং বিক্রয়মূল্য সমান। তাই লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না।

৪। বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ১০.৫ টাকা হলে, ২০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত হবে?

সমাধান :

এখানে, মুনাফার হার, $r = 10.50\%$

আসল, $P = 2000$ টাকা

সময়, $n = 5$ বছর

আমরা জানি, $P = Prn$

অর্থাৎ, মুনাফা = আসল \times মুনাফার হার \times সময়

$$= 2000 \times \frac{10.50}{100} \times 5 \text{ টাকা}$$
$$= 1050 \text{ টাকা}$$

সুতারাং নির্ণেয় মুনাফা ১০৫০ টাকা

৫। বার্ষিক মুনাফা শতকরা ১০ টাকা থেকে কমে ৮ টাকা হলে, ৩০০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা কত কম হবে?

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{মুনাফার হার কমে} &= (10 - 8) \text{ টাকা} \\ &= 2 \text{ টাকা}\end{aligned}$$

১০০ টাকায় ১ বছরের মুনাফা কমে ২ টাকা

$$\begin{aligned}\therefore 1 & \quad \text{''} \quad 1 & \quad \text{''} & \quad \text{''} & \quad \text{''} & \quad \frac{2}{100} & \quad \text{''} \\ \therefore 3000 & \quad \text{''} \quad 1 & \quad \text{''} & \quad \text{''} & \quad \text{''} & \quad \frac{2 \times 3000}{100} & \quad \text{''} \\ \therefore 3000 & \quad \text{''} \quad 3 & \quad \text{''} & \quad \text{''} & \quad \text{''} & \quad \frac{2 \times 3000 \times 3}{100} & \quad \text{''} \\ & & & & & & & = 180 \text{ টাকা}\end{aligned}$$

সুতরাং, মুনাফা কম হবে ১৮০ টাকা।

৬। বার্ষিক শতকরা মুনাফা কত হলে, ১৩০০০ টাকা ৫ বছরে মুনাফা- আসলে ১৮৮৫০ টাকা হবে?

সমাধান :

এখানে, আসল, $P = 13000$ টাকা

$$\begin{aligned}\text{মুনাফা, } I &= \text{মুনাফা- আসল} - \text{আসল} \\ &= (18850 - 13000) \text{ টাকা} \\ &= 5850 \text{ টাকা}\end{aligned}$$

সময়, $n = 5$ বছর

মুনাফার হার $r = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } r = \frac{I}{Pn}$$

$$\begin{aligned}\text{অর্থাৎ, মুনাফার হার} &= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{সময়}} \\ &= \frac{5850}{13000 \times 5} \\ &= \frac{5850 \times 100}{13000 \times 5} \\ &= 9\%\end{aligned}$$

সুতরাং, মুনাফার হার ৯%।

৭। বার্ষিক শতকরা কত মুনাফায় কোনো আসল ৮ বছরে মুনাফা- আসল দ্বিগুণ হবে?

সমাধান :

মনেকরি, আসল = ১০০ টাকা

প্রশ্নমতে,

৮ বছর পর মুনাফা-আসল = (১০০×২) টাকা
= ২০০ টাকা

৮ বছরে মুনাফা হয় $(২০০ - ১০০)$ টাকা
= ১০০ টাকা

এখানে,

আসল, $P = ১০০$ টাকা

মুনাফা, $I = ১০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $১০০ = ১০০ \times ৮ \times r$

বা, $r = \frac{১০০}{১০০ \times ৮}$

বা, $r = \frac{১০০}{৮} \times \frac{১}{১০০}$

বা, $r = ১২.৫ \times \frac{১}{১০০}$

$\therefore r = ১২.২৫\%$

সুতরাং, মুনাফার হার **১২.২৫%**

টাকা ৪ বছরে মুনাফা- আসলে ১০২০০ টাকা হবে?

সমাধান :

মুনাফা- আসল = ৮৮৪০ টাকা

আসল = ৬৫০০ টাকা

$$\therefore \text{মুনাফা} = (৮৮৪০ - ৬৫০০) \text{ টাকা} \\ = ২৩৪০ \text{ টাকা}$$

৬৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা ২৩৪০ টাকা

$$\begin{array}{r} ১ \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad \frac{২৩৪০}{৬৫০০ \times ৪} \quad " \\ \therefore ১০০ \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad \frac{২৩৪০ \times ১০০}{৬৫০০ \times ৪} \quad " \\ \therefore ১০০ \quad " \quad ৪ \quad " \quad " \quad \frac{২৩৪০ \times ১০০ \times ৪}{৬৫০০ \times ৪} \quad " \\ = ৩৬ \text{ টাকা} \end{array}$$

$$\therefore \text{মুনাফা- আসল} = (১০০ + ৩৬) \text{ টাকা} \\ = ১৩৬ \text{ টাকা}$$

মুনাফা- আসল ১৩৬ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} \therefore " \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad \frac{১০০}{১৩৬} \quad " \\ \therefore " \quad " \quad ১০২০০ \quad " \quad " \quad \frac{১০০ \times ১০২০০}{১৩৬} \quad " \\ = ৭৫০০ \text{ টাকা} \end{array}$$

সুতরাং, নির্ণেয় আসল ৭৫০০ টাকা।

৯। রিয়াজ সাহেব কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৪ বছর পর ৪৭৬০ টাকা মুনাফা পান। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৮.৫০ টাকা হলে, তিনি ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

সমাধান :

দেওয়া আছে, সময়, $n = ৪$ বছর

মুনাফা, $I = ৪৭৬০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = \frac{৮.৫০}{১০০}$

আসল $P = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } ৪৭৬০ = P \times ৪ \times \frac{৮.৫০}{১০০}$$

$$\text{বা, } ৪৭৬০ = \frac{P \times ৪ \times ৮.৫০}{১০০}$$

$$\text{বা, } P \times ৪ \times ৮.৫০ = ৪৭৬০ \times ১০০$$

$$\text{বা, } P = \frac{৪৭৬০ \times ১০০}{৪ \times ৮.৫০}$$

$$\text{বা, } P = \frac{৪৭৬০ \times ২৫ \times ১০০}{৩৮}$$

$$\therefore P = ১৪০০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, ব্যাংকে জমার পরিমাণ ১৪০০ টাকা।

বিকল্প সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৮.৫০ টাকা

১০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা (৮.৫০×৪) টাকা
 $= ৩৪.০০$ টাকা

এখন, ৪ বছরে,

মুনাফা ৩৪ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

$$\text{” } ১ \text{ ” ” ” } \frac{১০০}{৩৪} \text{ ” ”}$$

$$\text{” } ৪৭৬০ \text{ ” ” ” } \frac{১০০ \times ৪৭৬০}{৩৪} \text{ ” ”}$$

$$= ১৪০০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, ব্যাংকে জমার পরিমাণ ১৪০০ টাকা।

১০। শতকরা বার্ষিক যে হারে কোনো মূলধন ৬ বছরে মুনাফা- মূলধনে দ্বিগুণ হয়, সেই হারে কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা- মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে?

সমাধান :

মনেকরি, মূলধন = ১০০ টাকা

$$\therefore ৬ বছরের মুনাফা- মূলধন (১০০ \times ২) \text{ টাকা}$$
$$= ২০০ \text{ টাকা}$$

$$\therefore ৬ বছরের মুনাফা (২০০ - ১০০) \text{ টাকা}$$
$$= ১০০ \text{ টাকা}$$

১০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} ১০০ \text{ " } ১ \text{ " } \text{ " } \frac{১০০}{৬} \text{ " } \\ ১০০ \text{ " } ৪ \text{ " } \text{ " } \frac{১০০ \times ৪}{৩} \text{ " } \\ \hline = \frac{২০০}{৩} \text{ টাকা} \end{array}$$

$$\therefore \text{মুনাফা- মূলধন} = (১০০ + \frac{২০০}{৩}) \text{ টাকা}$$
$$= \frac{৩০০+২০০}{৩} \text{ টাকা}$$
$$= \frac{৫০০}{৩} \text{ টাকা}$$

মুনাফা- মূলধন $\frac{৫০০}{৩}$ টাকা হলে আসল মূলধন ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} \text{" " } ১ \text{ " " " } \frac{১০০ \times ৩}{৩} \text{ " } \\ \text{" " } ২০৫০ \text{ " " " } \frac{১০০ \times ৩ \times ২০৫০}{৫০০} \text{ " } \\ \hline = ১২৩০ \text{ টাকা} \end{array}$$

সুতরাং, মূলধন ১২৩০ টাকা।

১১। বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা মুনাফায় ৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা যত হয়, মুনাফায় কত টাকার ২ বছর ৬ মাসের মুনাফা তত হবে?

সমাধান :

১ম ক্ষেত্রে, দেওয়া আছে,
মুনাফার হার $r = 6\% = \frac{6}{100}$

সময়, $n = 8$ বছর

আসল, $P = 500$ টাকা

মুনাফা, $I = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$I = 500 \times 8 \times \frac{6}{100} \\ = 120 \text{ টাকা}$$

২য় ক্ষেত্রে, দেওয়া আছে,
মুনাফার হার $r = 5\% = \frac{5}{100}$

সময় $n = 2$ বছর ৬ মাস

$$= \left(2 + \frac{6}{12}\right) \text{ বছর} \\ = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \text{ বছর} \\ = 2.5 \text{ বছর}$$

মুনাফা, $I = 120$ টাকা

আসল, $P = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } 120 = P \times 2.5 \times \frac{5}{100}$$

$$\text{বা, } 120 \times 100 = P \times 2.5 \times 5$$

$$\text{বা, } P \times 2.5 \times 5 = 12000$$

$$\text{বা, } P = \frac{12000 \times 100}{25 \times 5}$$

$$\therefore P = 960$$

সুতরাং, আসল ৯৬০ টাকা।

১২। বার্ষিক মুনাফা ৮% থেকে বেড়ে ১০% হওয়ায় তিশা মারমার আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে গেল।
তার মূলধন কত ছিল?

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{মুনাফার হার বাড়ে } (10\% - 8\%) \\ = 2\% \end{aligned}$$

অর্থাৎ, ১০০ টাকায় ১ বছরে আয় বাড়ে ২ টাকা

$$\therefore 100 \text{ " } 8 \text{ " " " } (2 \times 8) \text{ টাকা} \\ = 8 \text{ টাকা}$$

৮ টাকা আয় বাড়লে তার মূলধন ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} 1 \text{ " " " " } \frac{100}{8} \text{ " " } \\ 128 \text{ " " " " } \frac{100 \times 128}{8} \text{ " " } \\ = 1600 \text{ টাকা} \end{array}$$

সুতরাং, মূলধন ১৬০০ টাকা।

১৩। কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা- আসলে ১৫৭৮ টাকা এবং ৫ বছরে মুনাফা- আসলে ১৮৩০ টাকা হয়।
আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{array}{r} \text{আসল} + 5 \text{ বছরের মুনাফা} = 1830 \text{ টাকা} \\ \text{" } + 3 \text{ " " " } = 1578 \text{ টাকা} \\ \hline (-) \text{ করে, 2 বছরের মুনাফা} \quad 252 \text{ টাকা} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \text{ " " " } \frac{252}{2} \text{ " " } \\ 3 \text{ " " " } \frac{252 \times 3}{2} \text{ " " } \\ = 396 \text{ টাকা} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{আসল} &= \text{মুনাফা} - \text{আসল} - \text{মুনাফা} \\ &= (1578 - 396) \text{ টাকা} \\ &= 1200 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

১২০০ টাকায় ৩ বছরে মুনাফা ৩৭৮ টাকা

$$\begin{aligned} 1 & \text{ " } 1 & \text{ " } & \text{ " } \frac{978}{1200} & \text{ " } \\ & & & \frac{63}{1200} & \text{ " } \\ & & & \frac{1200 \times 1}{1200 \times 1} & \text{ " } \\ & & & \frac{1200 \times 3}{1200 \times 1} & \text{ " } \\ & & & \frac{12}{1200} & \text{ " } \\ & & & \frac{21}{1200} & \text{ টাকা} \\ & & & \frac{10.5}{100} & \text{ টাকা} \end{aligned}$$

∴ মুনাফার হার ১০.৫%

সুতারাং, আসল ১২০০ টাকা এবং মুনাফার হার ১০.৫%।

১৪। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৮% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের ওপর গড়ে শতকরা কত টাকা হারে মুনাফা পাওয়া যাবে?

সমাধান :

১ম ক্ষেত্রে, মুনাফার হার $r = 10\% = \frac{10}{100}$

আসল, $P = 3000$ টাকা

মুনাফা, $I = ?$

সময়, $n = 1$ বছর

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $I = 3000 \times 1 \times \frac{10}{100}$

∴ $I = 300$ টাকা

২য় ক্ষেত্রে, মুনাফার হার, $r = 8\% = \frac{8}{100}$

আসল, $P = 2000$ টাকা

সময়, $n = 1$ বছর

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $I = 2000 \times 1 \times \frac{8}{100}$

∴ $I = 160$ টাকা

মোট আসল $(3000 + 2000)$ টাকা

$= 5000$ টাকা

মোট মুনাফা $(300 + 160)$ টাকা

$$= 860 \text{ টাকা}$$

৩য় ক্ষেত্রে, আসল, $P = 5000$ টাকা

মুনাফা, $I = 860$ টাকা

সময়, $n = 1$ বছর

মুনাফার হার, $r =$ কত?

আমরা জানি,

$$I = Prn$$

$$\text{বা, } 860 = 5000 \times 1 \times r$$

$$\text{বা, } r = \frac{860}{5000} = \frac{23}{250}$$

$$\text{বা, } r = \frac{23}{250} \times \frac{100}{100}$$

$$\text{বা, } r = \frac{86}{5} \times \frac{1}{100}$$

মুনাফার হার, $r = 9.2\%$

সুতরাং, মুনাফার হার 9.2% ।

১৫। রড্রিক গোমেজ ৩ বছরের জন্য ১০০০০ টাকা এবং ৪ বছরের জন্য ১৫০০০ টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নিয়ে ব্যাংককে মোট ৯৯০০ টাকা মুনাফা দেন। উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার সমান হলে, মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, মুনাফার হার এক x টাকা

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা x টাকা

$$\begin{array}{l} 1 \text{ " } 1 \text{ " } \text{ " } \frac{x}{100} \text{ " } \\ 10000 \text{ " } 3 \text{ " } \text{ " } \frac{x \times 10000 \times 3}{100} \text{ " } \\ = 300x \text{ টাকা} \end{array}$$

অনুরূপভাবে,

$$15000 \text{ টাকার } 8 \text{ বছরের মুনাফা } \frac{x \times 15000 \times 8}{100} \text{ টাকা}$$
$$= 600x \text{ টাকা}$$

প্রশ্নমতে, $300x + 600x = 9000$

বা, $900x = 9000$

বা, $x = \frac{9000}{900}$

$\therefore x = 11$

সুতরাং, মুনাফার হার ১১%

১৬। একই হার মুনাফায় কোনো আসল ৬ বছরে মুনাফা- আসল দ্বিগুণ হলে, কত বছরে তা মুনাফা- আসলে তিনগুণ হবে?

সমাধান :

মনেকরি, আসল = ১০০ টাকা

প্রথম ক্ষেত্রে,

$$6 \text{ বছরে মুনাফা- আসল } (100 \times 2) \text{ টাকা}$$
$$= 200 \text{ টাকা}$$

$\therefore 6 \text{ বছরে মুনাফা } (200 - 100) \text{ টাকা}$
 $= 100 \text{ টাকা}$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$$\text{মুনাফা- আসল } (100 \times 3) \text{ টাকা}$$
$$= 300 \text{ টাকা}$$

$\therefore \text{মুনাফা } (300 - 100) \text{ টাকা}$
 $= 200 \text{ টাকা}$

১০০ টাকা মুনাফা হয় ৬ বছরে

$$1 \text{ " " " } \frac{6}{100} \text{ " "}$$

$$200 \text{ " " " } \frac{6 \times 200}{100} \text{ " "}$$

$$= 12 \text{ বছরে}$$

সুতরাং, সময় ১২ বছর।

১৭। কোনো নির্দিষ্ট সময়ের মুনাফা- আসল ৫৬০০ টাকা এবং মুনাফা, আসলের $\frac{২}{৫}$ অংশ। মুনাফা বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা হলে, সময় নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, সময় n বছর
এবং আসল P টাকা

$$\text{মুনাফা, } I = P \times \frac{২}{৫}$$

$$\text{মুনাফার হার, } r = ৮\% = \frac{৮}{১০০}$$

$$\text{আমরা জানি, } I = Prn$$

$$\text{বা, } P \times \frac{২}{৫} = P \times n \times \frac{৮}{১০০}$$

$$\text{বা, } \frac{২}{৫} = n \times \frac{৮}{১০০}$$

$$\text{বা, } n \times ৮ \times ৫ = ২ \times ১০০$$

$$\text{বা, } n = \frac{২ \times ১০০}{৮ \times ৫}$$

$$\therefore n = ৫ \text{ বছর}$$

সুতারাং, সময় ৫ বছর।

১৮। জামিল সাহেব পেনশনের টাকা পেয়ে ১০ লাখ টাকার তিন মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক তিন বছর মেয়াদি পেনশন সঞ্চয়পত্র কিনলেন। বার্ষিক মুনাফা ১২% হলে, তিনি ১ম কিস্তিতে, অর্থাৎ প্রথম তিন মাস পর কত মুনাফা পাবেন?

সমাধান :

জামিলে সাহেবের আসল বা পেনশনের পরিমাণ ১০,০০,০০০ টাকা

$$\therefore \text{আসল, } P = ১০,০০,০০০ \text{ টাকা}$$

$$\text{মুনাফার হার, } r = ১২\% = \frac{১২}{১০০}$$

যেহেতু তিনি তিন মাস পর মুনাফা পাবেন।

$$\text{অর্থাৎ, সময়, } n = \frac{৩}{১২} \text{ বছর} = \frac{১}{৪} \text{ বছর}$$

$$\text{মুনাফা, } I = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } I = Prn = ১০,০০,০০০ \times \frac{১}{৪} \times \frac{১২}{১০০}$$

$$\therefore I = ৩০,০০০ \text{ টাকা} \quad \text{সুতারাং, মুনাফা } ৩০,০০০ \text{ টাকা।}$$

দ্বিতীয় অধ্যায় 2.2 চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

সূত্র :

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন } C = P(1+r)^n$$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = P(1+r)^n - P$$

উদাহরণ ১। বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা মুনাফায় ৬২৫০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর

সমাধান :

$$\text{আমরা জানি, } C = P(1+r)^n$$

দেওয়া আছে, প্রারম্ভিক মূলধন $P = ৬২৫০০$ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, $r = ৮\%$

এবং সময় $n = ৩$ বছর

$$\therefore C = ৬২৫০০ \times \left(1 + \frac{৮}{১০০}\right)^৩$$

$$= ৬২৫০০ \times \left(\frac{১০৮}{১০০}\right)^৩$$

$$= ৬২৫০০ \times (১.০৮)^৩ \text{ টাকা}$$

$$= ৬২৫০০ \times ১.২৫৯৭১২ \text{ টাকা}$$

$$= ৭৮৭৩২ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৭৮৭৩২ টাকা

উদাহরণ ২। বার্ষিক ১০.৫০% মুনাফায় ৫০০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয়ের জন্য প্রথমে চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় করি।

আমরা জানি,

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন } C = P(1+r)^n$$

যেখানে মূলধন $P = ৫০০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ১০.৫০\% = \frac{১০৫}{১০০}$

সময় $n = ২$ বছর

$$C = P(1+r)^n$$

$$= ৫০০০ \times \left(1 + \frac{১০৫}{১০০}\right)^২ \text{ টাকা}$$

$$= ৫০০০ \times \left(\frac{২০৫}{১০০}\right)^২ \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{25}{5000} \times \frac{221}{200} \times \frac{221}{200} \text{ টাকা} \\ &= \frac{88881}{8} \text{ টাকা} \\ &= ৬১০৫.১৩ \text{ টাকা (প্রায়)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} &= (C - P) \\ &= P(1 + r)^n - P \\ &= ৬১০৫.১৩ - ৫০০০ \text{ টাকা} \\ &= ১১০৫.১৩ \text{ টাকা (প্রায়)} \end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। একটি ফ্ল্যাট মালিক কল্যান সমিতি আদায়কৃত সার্ভিস চার্জ থেকে উদ্ধৃত ২০০০০০ টাকা ব্যাংকে ছয় মাস অন্তর চক্রবৃদ্ধি মুনাফাভিত্তিক স্থায়ী আমনত রাখলেন। মুনাফার হার বার্ষিক ১২ টাকা হলে, ছয় মাস পর ঐ সমিতির হিসাবে কত টাকা মুনাফা জমা হবে? এক বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে?

সমাধান :

দেওয়া আছে, মূলধন $P = ২০০০০০$ টাকা,

$$\text{মুনাফার হার } r = ১২\% = \frac{১২}{১০০}$$

$$\text{সময়, } n = ৬ \text{ মাস বা } \frac{১}{২} \text{ বছর}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মুনাফা } I &= P r n \\ &= ২০০০০০ \times \frac{১২}{১০০} \times \frac{১}{২} \\ &= ১২০০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$১ \text{ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন} = P(1 + r)^n$$

$$= ২০০০০০ \times \left(1 + \frac{১২}{১০০}\right)^1 \text{ টাকা}$$

$$= ২০০০০০ \times \frac{১১২}{১০০}$$

$$= ২২৪০০০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, ৬ মাস পর মুনাফা হবে ১২০০০ টাকা

১ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন হবে ২২৪০০০ টাকা।

উদাহরণ ৪। কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৮০ লক্ষ। ঐ শহরের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ হলে, ৩ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা $P = ৮০০০০০০$

$$\begin{aligned}\text{জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার} &= \frac{৩০}{১০০০} \times ১০০\% \\ &= ৩\%\end{aligned}$$

সময়, $n = ৩$ বছর

এখানে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে চক্রবৃদ্ধি মূলধনের সূত্র প্রযোজ্য।

$$\begin{aligned}C &= P(1 + r)^n \\ &= ৮০০০০০০ \times \left(1 + \frac{৩}{১০০}\right)^৩ \\ &= ৮০০০০০০ \times \left(\frac{১০৩}{১০০}\right)^৩ \\ &= ৮০০০০০০ \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০} \\ &= ৮ \times ১০৩ \times ১০৩ \times ১০৩ \\ &= ৮৭৪১৮১৬\end{aligned}$$

সুতরাং, ৩ বছর পর শহরটির জনসংখ্যা হবে ৮৭,৪১,৮১৬

অনুশীলনী ২.২

১। ১০৫০ টাকার ৮% নিচের কোনটি?

(ক) ৮০ টাকা (খ) ৮২ টাকা (গ) ৮৪ টাকা (ঘ) ৮৬ টাকা

২। বার্ষিক ১০% সরল মুনাফায় ১২০০ টাকার ৪ বছরের সরল মুনাফা কত?

(ক) ১২০ টাকা (খ) ২৪০ টাকা (গ) ৩৬০ টাকা (ঘ) ৪৮০ টাকা

৩। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. মুনাফা = মুনাফা- আসল – আসল

ii. মুনাফা = $\frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফা} \times \text{সময়}}{২}$

iii. লাভ বা ক্ষতি বিক্রয়মূল্যের ওপর হিসাব করা হয়।

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

(খ) ii ও iii

(গ) i ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

৪। জামিল সাহেব বার্ষিক ১০% মুনাফায় ব্যাংকে ২০০০ টাকা জমা রাখলেন।

১. ১ম বছরান্তে মুনাফা- আসল কত হবে?

(ক) ২০৫০ টাকা

(খ) ২১০০ টাকা

(গ) ২২০০ টাকা

(ঘ) ২২৫০ টাকা

২. সরল মুনাফায় ২য় বছরান্তে মুনাফা- আসল কত হবে?

(ক) ২৪০০ টাকা

(খ) ২৪২০ টাকা

(গ) ২৪৪০ টাকা

(ঘ) ২৪৫০ টাকা

৩. ১ম বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে?

(ক) ২০৫০ টাকা

(খ) ২১০০ টাকা

(গ) ২১৫০ টাকা

(ঘ) ২২০০ টাকা

৫। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $C = P(1 + r)^n$

দেওয়া আছে, প্রারম্ভিক মূলধন $P = ৮০০০$ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, $r = ১০\%$

এবং সময় $n = ৩$ বছর

$$\begin{aligned} C &= ৮০০০ \times \left(1 + \frac{১০}{১০০}\right)^3 \\ &= ৮০০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^3 \\ &= ৮০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^3 \\ &= ৮০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \\ &= ৮ \times ১১ \times ১১ \times ১১ \\ &= ১০৬৪৮ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

সুতরাং, চক্রবৃদ্ধি মূলধন ১০৬৪৮ টাকা।

৬। বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা মুনাফায় ৫০০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত হবে?

সমাধান :

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,

মুনাফা = আসল × মুনাফার হার × সময়

$$= ৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৩$$

$$= ১৫০০ \text{ টাকা}$$

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(1 + r)^n$

দেওয়া আছে, মূলধন, $P = ৫০০০$ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, $r = ১০\%$

এবং সময়, $n = ৩$ বছর

$$\therefore C = ৫০০০ \times \left(1 + \frac{১০}{১০০}\right)^৩$$

$$= ৫০০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^৩$$

$$= ৫০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩$$

$$= ৫০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}$$

$$= ৫ \times ১১ \times ১১ \times ১১$$

$$= ৬৬৫৫ \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = C - P$$

$$= (৬৬৫৫ - ৫০০০) \text{ টাকা}$$

$$= ১৬৫৫ \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল-মুনাফার পার্থক্য}$$

$$= (১৬৫৫ - ১৫০০) \text{ টাকা}$$

$$= ১৫৫ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, সরল মুনাফার ও চক্রবৃদ্ধির মুনাফার পার্থক্য ১৫৫ টাকা।

৭। একই হার মুনাফায় কোনো মূলধনের এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৫০০ টাকা ও দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৭৬০ টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান :

ধরি, এক বছরান্তে মূলধন $C = ৬৫০০$ টাকা

দুই বছরান্তে মূলধন $C = ৬৭৬০$ টাকা

আমরা পাই, $C = P(১+r)^n$ সূত্র হতে

$$৬৫০০ = P(১+r)^১ \quad [\text{যেখানে সময় } n = ১ \text{ বছর}]$$

$$\text{বা, } P(১+r) = ৬৫০০ \dots\dots\dots(i)$$

আবার, $৬৭৬০ = P(১+r)^২$ [যেখানে সময় $n = ২$ বছর]

$$\text{বা, } P(১+r)(১+r) = ৬৭৬০ \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (ii)নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$১+r = \frac{৩৩৮}{৩২৫}$$

$$\text{বা, } ১+r = \frac{৩৩৮}{৩২৫}$$

$$\text{বা, } ৩২৫ + ৩২৫r = ৩৩৮$$

$$\text{বা, } ৩২৫r = ৩৩৮ - ৩২৫$$

$$\text{বা, } r = \frac{১৩}{৩২৫}$$

$$\text{বা, } r = \frac{১}{২৫}$$

r- এর মান (i) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$P\left(১ + \frac{১}{২৫}\right) = ৬৫০০$$

$$\text{বা, } P\left(\frac{২৫+১}{২৫}\right) = ৬৫০০$$

$$\text{বা, } ২৬P = ৬৫০০ \times ২৫$$

$$\text{বা, } P = \frac{৬৫০০ \times ২৫}{২৬}$$

$$\therefore P = ৬২৫০$$

সুতরাং, মূলধন ৬২৫০ টাকা।

৮। বার্ষিক শতকরা ৮.৫০ টাকা চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১০০০০ টাকার ২ বছরের সর্ব্বদ্ধিমূলধন ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি,

$$\text{সর্ব্বদ্ধিমূল } C = P(1 + r)^n$$

এখানে, মূলধন, $P = ১০০০০$ টাকা

$$\text{মুনাফার হার, } r = ৮.৫০\% = \frac{৮.৫০}{১০০}$$

সময়, $n = ২$ বছর

$$\begin{aligned}\therefore C &= ১০০০০ \times \left(1 + \frac{৮.৫০}{১০০}\right)^2 \\ &= ১০০০০ \times \left(\frac{১০০+৮.৫}{১০০}\right)^2 \\ &= ১০০০০ \times \left(\frac{১০৮.৫০}{১০০}\right)^2 \\ &= ১০০০০ \times \frac{১০৮.৫০}{১০০} \times \frac{১০৮.৫০}{১০০} \\ &= ১০৮.৫০ \times ১০৮.৫০ \\ &= ১১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{সর্ব্বদ্ধিমূল} = ১১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} &= (১১৭৭২.২৫ - ১০০০০) \text{ টাকা} \\ &= ১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

সুতারাং, সর্ব্বদ্ধিমূল ১১৭৭২.২৫ টাকা এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ১৭৭২.২৫ টাকা।

৯। কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৬৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ২৫ জন হলে, ২ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা $P = ৬৪০০০০০$

$$\begin{aligned}\text{জনসংখ্যার বৃদ্ধির হার} &= \frac{২৫}{১০০০} \times ১০০\% \\ &= ২.৫\%\end{aligned}$$

সময়, $n = ২$ বছর

আমরা জানি, $C = P(১ + r)^n$

$$\therefore C = ৬৪০০০০০ \times \left(১ + \frac{২.৫}{১০০} \right)^২$$

$$= ৬৪০০০০০ \times \left(\frac{১০২.৫}{১০০} \right)^২$$

$$= ৬৪০০০০০ \times \frac{১০২.৫}{১০০} \times \frac{১০২.৫}{১০০}$$

$$= ৬৪০ \times ১০২.৫ \times ১০২.৫$$

$$= ৬৭২৪০০০$$

ঐ শহরের জনসংখ্যা ৬৭২৪০০০ জন।

১০। এক ব্যক্তি একটি ঋণদান সংস্থা থেকে বার্ষিক ৮% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ৫০০০ টাকা ঋণ নিলেন। প্রতিবছর শেষে তিনি ২০০০ টাকা করে পরিশোধ করেন। ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তাঁর আর কত টাকা ঋণ থাকবে?

সমাধান :

সর্ব্বক্ষিমূল $C = P(১ + r)^n$ হলে ৮% মুনাফায় ১ বছরে সর্ব্বক্ষিমূল

$$C = ৫০০০ \left(১ + \frac{৮}{১০০} \right)^১$$

$$= ৫০০০ \left(১ + \frac{৮}{১০০} \right)$$

$$= ৫০০০ \left(\frac{১০৮}{১০০} \right)$$

$$= ৫৪০০ \times \frac{১০৮}{১০০}$$

$$= ৫৪০০ \text{ টাকা}$$

১ বছর পর ২০০০ টাকা ঋণপরিশোধের পর বাকি থাকে

$$= (৫৪০০ - ২০০০) \text{ টাকা}$$

$$= ৩৪০০ \text{ টাকা}$$

আবার,

৩৪০০ টাকায় ১ বছরে সর্বদ্বিমূল

$$C = ৩৪০০ \left(১ + \frac{৮}{১০০} \right)$$

$$= ৩৪০০ \left(১ + \frac{২}{২৫} \right)$$

$$= ৩৪০০ \left(\frac{২৫+২}{২৫} \right)$$

$$= \frac{১৩৬}{২৫} \times \frac{২৭}{২৫}$$

$$= ৩৬৭২ \text{ টাকা}$$

∴ ২য় কিস্তিতে ২০০০ টাকা পরিশোধের পর ঋণ বাকি থাকে

$$= (৩৬৭২ - ২০০০) \text{ টাকা}$$

$$= ১৬৭২ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তার ঋণ থাকবে ১৬৭২ টাকা।

তৃতীয় অধ্যায় ৩ পরিমাপ

দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক : মিটার
ওজন পরিমাপের একক : গ্রাম
তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের একক : লিটার
১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

উদাহরণ ১। একজন দৌড়বিদ ৪০০ মিটারবিশিষ্ট গোলাকার ট্রাকে ২৪ চক্র দৌড়ালে, সে কত দূরত্ব দৌড়াল?

সমাধান :

১ চক্র দৌড়ালে ৪০০ মিটার হয়।

$$\begin{aligned}\therefore ২৪ \text{ চক্র দৌড়ালে দূরত্ব হবে } & (৪০০ \times ২৪) \text{ মিটার} \\ & = ৯৬০০ \text{ মিটার} \\ & = ৯ \text{ কিলোমিটার } ৬০০ \text{ মিটার}\end{aligned}$$

অতএব, দৌড়বিদ ৯ কিলোমিটার ৬০০ মিটার দৌড়াল।

উদাহরণ ২। ১ মেট্রিক টন চাল ৬৪ জন শ্রমিকের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কী পরিমাণ চাল পাবে?

সমাধান :

১ মেট্রিক টন = ১০০০ কেজি

৬৪ জন শ্রমিক পায় ১০০০ কেজি চাল

$$\therefore ১ \text{ ” ” ” } \frac{১০০০}{৬৪} \text{ ” ” ”}$$

$$= ১৫ \text{ কেজি } ৬২৫ \text{ গ্রাম চাল}$$

সুতরাং, প্রত্যেক শ্রমিক ১৫ কেজি ৬২৫ গ্রাম চাল পাবে।

উদাহরণ ৩। একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৩ মিটার, প্রস্থ ২ মিটার ও উচ্চতা ৪ মিটার। এতে কত লিটার এবং কত কিলোগ্রাম বিশুদ্ধ পানি ধরবে?

সমাধান :

চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৩ মিটার

প্রস্থ = ২ মিটার

এবং উচ্চতা = ৪ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{চৌবাচ্চাটির আয়তন} & = (৩ \times ২ \times ৪) \text{ ঘন মিটার} \\ & = ২৪ \text{ ঘন মিটার} \\ & = ২৪০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.} \\ & = ২৪০০০ \text{ লিটার}\end{aligned}$$

[যেহেতু ১০০০ ঘন সে.মি. = ১ লিটার]

১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

∴ ২৪০০০ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ২৪০০০ কিলোগ্রাম।

অতএব, চৌবাচ্চাটিতে ২৪০০০ লিটার পানি ধরবে এবং এর ওজন ২৪০০০ কিলোগ্রাম।

ক্ষেত্রফল পরিমাপ

আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = দৈর্ঘ্যের পরিমাপ × প্রস্থের পরিমাপ

বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = (বাহুর পরিমাপ)^২

ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = ১/২(ভূমির পরিমাপ × উচ্চতার পরিমাপ)

ক্ষেত্রফলের পরিমাপের একক = বর্গমিটার

আয়তকার ঘনবস্তুর আয়তনের পরিমাপ = দৈর্ঘ্যের পরিমাপ × প্রস্থের পরিমাপ × উচ্চতার পরিমাপ

উদাহরণ ৪। ১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সেন্টিমিটার এবং ১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ। ১ একরে কত বর্গমিটার?

সমাধান :

১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সে.মি.

∴ ৩৬ ইঞ্চি বা ১ গজ = ২.৫৪ × ৩৬ সে.মি.

= ৯১.৪৪ সে.মি.

= $\frac{৯১.৪৪}{১০০}$ মিটার

= ০.৯১৪৪ মিটার

∴ ১ গজ × ১ গজ = ০.৯১৪৪ মিটার × ০.৯১৪৪ মিটার

১ বর্গ গজ = ০.৮৩৬১২৭৩৬ বর্গমিটার

∴ ৪৮৪০ বর্গ গজ = ০.৮৩৬১২৭৩৬ × ৪৮৪০ বর্গমিটার

= ৪০৪৬.৮৫৬৪২২৪০ বর্গমিটার

= ৪০৪৬.৮৬ বর্গ মিটার (প্রায়)

∴ ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ বর্গ মিটার (প্রায়)

উদাহরণ ৫। জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ক্যাম্পাসের এলাকা ৭০০ একর। একে নিকটম পূর্ণসংখ্যক হেক্টরে প্রকাশ কর?

সমাধান :

২.৪৭ একর = ১ হেক্টর

∴ ১ " = $\frac{১}{২.৪৭}$ "

∴ ৭০০ " = $\frac{১ \times ৭০০}{২.৪৭}$ "

= ২৮৩.৪ হেক্টর

অতএব, নির্ণেয় এলাকা ২৮৩ হেক্টর (প্রায়)

উদাহরণ ৬। একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ৩০ মিটার ৩০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} &= ৪০ \text{ মিটার} \\ &= (৪০ \times ১০০) \text{ সে.মি.} \\ &= ৪০০০ \text{ সে.মি.} \\ \text{এবং প্রস্থ} &= ৩০ \text{ মিটার } ৩০ \text{ সে.মি.} \\ &= (৩০ \times ১০০) \text{ সে.মি.} + ৩০ \text{ সে.মি.} \\ &= ৩০৩০ \text{ সে.মি.} \\ \therefore \text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল} &= (৪০০০ \times ৩০৩০) \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= ১২১২০০০০ \text{ বর্গ সে.মি.} \\ &= ১২১২ \text{ বর্গমিটার} \\ &= ১২ \text{ এর } ১২ \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

অতএব, ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১২ এর ১২ বর্গমিটার

উদাহরণ ৭। একটি বাক্সের দৈর্ঘ্য ২ মিটার, প্রস্থ ১ মিটার ৫০ সে.মি. এবং উচ্চতা ১ মিটার। বাক্সটির আয়তন কত?

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{দৈর্ঘ্য} &= ২ \text{ মিটার} \\ &= ২০০ \text{ সে.মি.} \\ \text{প্রস্থ} &= ১ \text{ মিটার } ৫০ \text{ সে.মি.} \\ &= ১৫০ \text{ সে.মি.} \\ \text{এবং উচ্চতা} &= ১ \text{ মিটার} \\ &= ১০০ \text{ সে.মি.} \\ \therefore \text{বাক্সটির আয়তন} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{উচ্চতা} \\ &= (২০০ \times ১৫০ \times ১০০) \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= ৩০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= ৩ \text{ ঘন মিটার}\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় আয়তন ৩ ঘনমিটার।

উদাহরণ ৮। একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ১.২৫ মিটার হলে, গভীরতা কত?

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল} &= ২.৫৬ \text{ মিটার} \times ১.২৫ \text{ মিটার} \\ &= ২৫৬ \text{ সে.মি.} \times ১২৫ \text{ সে.মি.} \\ &= ৩২০০০ \text{ বর্গ সে.মি.}\end{aligned}$$

চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে

$$= ৮০০০ \times ১০০০ \text{ ঘন সে.মি. পানি ধরে।} \quad [\text{যেহেতু } ১০০০ \text{ ঘন সে.মি.} = ১ \text{ লিটার}]$$

অতএব, চৌবাচ্চাটির আয়তন = ৮০০০০০০ ঘন সে.মি.

চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল \times চৌবাচ্চাটির গভীরতা = চৌবাচ্চাটির আয়তন

বা, ৩২০০০ বর্গ সে.মি. \times চৌবাচ্চাটির গভীরতা = ৮০০০০০০ ঘন সে.মি.

$$\begin{aligned}\therefore \text{চৌবাচ্চাটির গভীরতা} &= \frac{৮০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.}}{৩২০০০ \text{ বর্গ সে.মি.}} \\ &= ২৫০ \text{ সে.মি.} \\ &= ২.৫ \text{ মিটার}\end{aligned}$$

উদাহরণ ৯। একটি ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫০ টাকা দরে ঘরটি কার্পেট দিয়ে ঢাকাতে মোট ১১০২.৫০ টাকা ব্যয় হয়। ঘরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :

৭.৫ টাকা খরচ হয় ১ বর্গমিটারে

$$\begin{aligned}\therefore \quad ১ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{১}{৭.৫} \quad " \\ \therefore \quad ১১০২.৫০ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{১ \times ১১০২.৫}{৭.৫} \quad " \\ = ১৪৭ \text{ বর্গমিটারে}\end{aligned}$$

অর্থাৎ, ঘরের ক্ষেত্রফল ১৪৭ বর্গমিটার।

মনেকরি, ঘরের প্রস্থ = ক মিটার

\therefore ঘরের দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{ঘরের ক্ষেত্রফল} &= (\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}) \text{ বর্গ একক} \\ &= (৩ক \times ক) \text{ বর্গমিটার} \\ &= ৩ক^২ \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

শর্তানুসারে,

$$৩ক^২ = ১৪৭$$

$$\text{বা, } ক^২ = \frac{১৪৭}{৩}$$

$$\text{বা, } k^2 = 81$$

$$\therefore k = \sqrt{81}$$

$$= 9$$

অতএব, প্রস্থ = ৭ মিটার

এবং দৈর্ঘ্য = (৩ × ৭) মিটার

$$= ২১ \text{ মিটার}$$

উদাহরণ ১০। বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী। যে ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১৬ মিটার, ১২ মিটার ও ৪ মিটার, তাতে কত কিলোগ্রাম বায়ু আছে?

সমাধান :

ঘরের আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

$$= ১৬ \text{ মি.} \times ১২ \text{ মি.} \times ৪ \text{ মি.}$$

$$= ৭৬৮ \text{ ঘনমিটার}$$

$$= ৭৬৮ \times ১০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= ৭৬৮০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.}$$

বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী।

\therefore ১ ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন = ০.০০১২৯ গ্রাম

অতএব, ঘরটিতে বায়ুর পরিমাণ = ৭৬৮০০০০০০×০.০০১২৯ গ্রাম

$$= ৯৯০৭২০ \text{ গ্রাম}$$

$$= ৯৯০.৭২ \text{ কিলোগ্রাম}$$

সুতরাং, ঘরটিতে ৯৯০.৭২ কিলোগ্রাম বায়ু আছে।

উদাহরণ ১১। ২১ মিটার দীর্ঘ এবং ১৫ মিটার প্রস্থ একটি বাগানের বাইরে চারদিকে ২ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট কত খরচ হবে?

সমাধান :

রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = ২১ মিটার + (২+২) মিটার

$$= ২৫ \text{ মিটার}$$

রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = ১৫ মিটার + (২+২) মিটার

$$= ১৯ \text{ মিটার}$$

রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (২৫ × ১৯) বর্গমিটার

$$= ৪৭৫ \text{ বর্গমিটার}$$

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (২১ × ১৫) বর্গমিটার

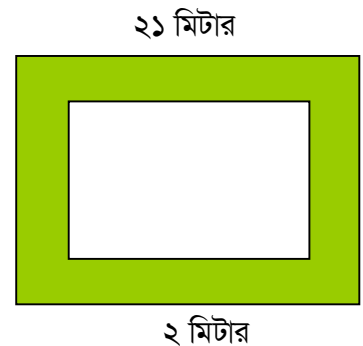
$$= ৩১৫ \text{ বর্গমিটার}$$

\therefore রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৪৭৫ - ৩১৫) বর্গমিটার

$$= ১৬০ \text{ বর্গমিটার}$$

ঘাস লাগানোর মোট খরচ = (১৬০ × ২.৭৫) টাকা বা ৪৪০.০০ টাকা

অতএব ঘাস লাগানোর মোট খরচ ৪৪০ টাকা।



উদাহরণ ১২। ৪০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৩০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি মাঠের ঠিক মাঝে আড়াআড়িভাবে ১.৫ মিটার প্রশস্ত দুইটি রাস্তা আছে। রাস্তা দুইটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

$$\text{দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তাটির ক্ষেত্রফল} = (৪০ \times ১.৫) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ৬০ \text{ বর্গমিটার} \quad ৪০ \text{ মিটার}$$

$$\text{প্রস্থ বরাবর রাস্তাটির ক্ষেত্রফল} = (৩০ - ১.৫) \times ১.৫ \text{ বর্গমিটার}$$

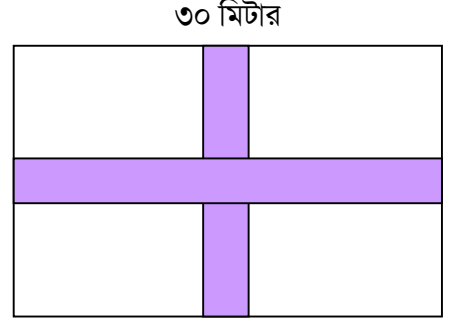
$$= ২৮.৫ \times ১.৫ \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ৪২.৭৫ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{অতএব, রাস্তাদ্বয়ের ক্ষেত্রফল} = (৬০ + ৪২.৭৫) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ১০২.৭৫ \text{ বর্গমিটার}$$

সুতরাং, রাস্তাদ্বয়ের মোট ক্ষেত্রফল ১০২.৭৫ বর্গমিটার।



উদাহরণ ১৩। ২০ মিটার দীর্ঘ একটি কামরা কার্পেট দিয়ে ঢাকতে ৭৫০০.০০ টাকা খরচ হয়। যদি ঐ কামরাটির প্রস্থ ৪ মিটার কম হতো, তবে ৬০০০.০০ টাকা খরচ হতো। কামরাটির প্রস্থ কত?

সমাধান :

$$\text{কামরাটির দৈর্ঘ্য} = ২০ \text{ মিটার। প্রস্থ } ৪ \text{ মিটার কমলে ক্ষেত্রফল কমে } (২০ \text{ মিটার} \times ৪ \text{ মিটার})$$

$$= ৮০ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{ক্ষেত্রফল } ৮০ \text{ বর্গমিটার কমার জন্য খরচ কমে } (৭৫০০ - ৬০০০) \text{ টাকা}$$

$$= ১৫০০ \text{ টাকা}$$

১৫০০ টাকা খরচ হয় ৮০ বর্গমিটারে

$$\therefore ১ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{৮০}{১৫০০} \quad "$$

$$\therefore ৭৫০০ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{৮০ \times ৭৫০০}{১৫০০} \quad "$$

$$= ৪০০ \text{ বর্গমিটারে}$$

অতএব, কামরার ক্ষেত্রফল ৪০০ বর্গমিটার।

$$\text{কামরাটির দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} = \text{কামরার ক্ষেত্রফল}$$

$$\text{বা, কামরাটির প্রস্থ} \times ২০ \text{ মিটার} = ৪০০ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{ কামরাটির প্রস্থ} = \frac{৪০০}{২০} \text{ মিটার}$$

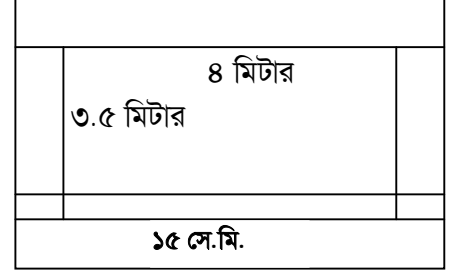
$$= ২০ \text{ মিটার}$$

সুতরাং, কামরাটির প্রস্থ ২০ মিটার।

উদাহরণ ১৪। একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার এবং প্রস্থ ৩.৫ মিটার। ঘরটির উচ্চতা ৩ মিটার এবং দেওয়ালগুলো ১৫ সে.মি. পুরু হলে, চার দেওয়ালের আয়তন কত?

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{দেওয়ালের পুরুত্ব } 15 \text{ সে.মি.} &= \frac{15}{100} \text{ মিটার} \\ &= 0.15 \text{ মিটার} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{চিত্রানুসারে, দৈর্ঘ্যের দিকে ২টি দেওয়ালের ঘনফল} &= (4 + 2 \times 0.15) \times 3 \times 0.15 \times 2 \text{ ঘনমিটার} \\ &= 3.87 \text{ ঘন মিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং প্রস্থের দিকে ২টি দেওয়ালের ঘনফল} &= (3.5 \times 3 \times 0.15 \times 2) \text{ ঘনমিটার} \\ &= 3.15 \text{ ঘন মিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{দেওয়ালগুলোর মোট ঘনফল} &= (3.87 + 3.15) \text{ ঘনমিটার} \\ &= 7.02 \text{ ঘনমিটার} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় ঘনফল ৭.০২ ঘনমিটার।

উদাহরণ ১৫। একটি ঘরের তিনটি দরজা এবং ৬ টি জানালা আছে। প্রত্যেকটি দরজা ২টি লম্বা এবং ১.২৫ মিটার চওড়া, প্রত্যেক জানালা ১.২৫ মিটার লম্বা এবং ১ মিটার চওড়া। ঐ ঘরের দরজা জানালা তৈরি করতে ৫ মিটার লম্বা ও ০.৬০ মিটার চওড়া কয়টি তক্তার প্রয়োজন?

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{৩টি দরজার ক্ষেত্রফল} &= (2 \times 1.25) \times 3 \text{ বর্গমিটার} \\ &= 9.5 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{৬টি জানালার ক্ষেত্রফল} &= (1.25 \times 1) \times 6 \text{ বর্গমিটার} \\ &= 9.5 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{একটি তক্তার ক্ষেত্রফল} &= (5 \times 0.6) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 3 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় তক্তার সংখ্যা} &= \text{দরজার ও জানালার একত্রে ক্ষেত্রফল} \div \text{তক্তার ক্ষেত্রফল} \\ &= (9.5 + 9.5) \div 3 \\ &= 19 \div 3 \\ &= 6 \text{ টি} \end{aligned}$$

সুতরাং, তক্তার সংখ্যা ৬ টি।

অনুশীলনী ৩

১। একটি শহরের জনসংখ্যা ১৫০০০০। প্রতিদিন ১০ জনের মৃত্যু হয় এবং প্রতিদিন ১৭ জন শিশু জন্ম গ্রহণ করে। এক বছরে পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, ১ বছর = ৩৬৫ দিন

১ দিনে জন্ম গ্রহণ করে ১৭ জন

১ দিনে মৃত্যুবরণ করে ১০ জন

∴ ১ দিনে বৃদ্ধি পায় (১৭ – ১০) জন

= ৭ জন

∴ ৩৬৫ দিনে বৃদ্ধি পায় (৩৬৫ × ৭) জন

= ২৫৫৫ জন

∴ ১ বছর পরে জনসংখ্যা হয় (১৫০০০০ + ২৫৫৫) জন

= ১৫২৫৫৫ জন

সুতরাং, ঐ শহরে জনসংখ্যা ১৫২৫৫৫ জন।

২। ২০টি কৈ মাছের দাম ৩৫০ টাকা হলে, ১টি কৈ মাছের দাম কত?

সমাধান :

২০টি কৈ মাছের দাম ৩৫০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{350}{20} \text{ " " " "}$$

$$= \frac{35}{2} \text{ টাকা}$$

$$= ১৭.৫ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, ১টি কৈ মাছের দাম ১৭.৫ টাকা।

৩। একটি গাড়ির চাকার পরিধি ৫.২৫ মিটার। ৪২ কিলোমিটার পথ যেতে চাকাটি কত বার ঘুরবে?

সমাধান :

আমরা জানি, ১ কিলোমিটার = ১০০০ মিটার

∴ ৪২ কিলোমিটার = (১০০০ × ৪২) মিটার

= ৪২০০০ মিটার।

চাকাটি ১ বার ঘুরলে তার পরিধি সমান দূরত্ব অতিক্রম করে

অর্থাৎ, ৫.২৫ মিটার পথ গেলে চাকাটি ১ বার ঘুরবে

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{1}{5.25} \text{ " "}$$
$$\therefore 82000 \text{ " " " " } \frac{1 \times 82000 \times 100}{5.25} \text{ " "}$$
$$= 1561904.76 \text{ বার ঘুরবে}$$

সুতরাং, চাকাটি ৮০০০ বার ঘুরবে।

৪। দৌড় প্রতিযোগিতার জন্য ট্রাকের পরিধি কত হলে ১০০০০ মিটার দৌড়ে ১৬ চক্র দিতে হবে?

সমাধান :

১৬ চক্রে যেতে হবে ১০০০০ মিটার

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{10000}{16} \text{ " "}$$
$$= 625 \text{ মিটার}$$

সুতরাং, ট্রাকের পরিধি ৬২৫ মিটার হতে হবে।

৫। একটি সিমেন্ট ফ্যাক্টরিতে প্রতিদিন ৫০০০ ব্যাগ সিমেন্ট উৎপন্ন হয়। প্রতি ব্যাগ সিমেন্টের ওজন যদি ৪৫ কিলোগ্রাম ৫০০ গ্রাম হয়, তবে দৈনিক সিমেন্টের উৎপাদন কত?

সমাধান :

১ ব্যাগ সিমেন্টের ওজন ৪৫ কিলোগ্রাম ৫০০ গ্রাম

$$\therefore 5000 \text{ " " " } (45 \text{ কি.গ্রা. } 500 \text{ গ্রাম}) \times 5000$$
$$= 2250000 \text{ কি.গ্রা. } 2500000 \text{ গ্রাম}$$
$$= 2250000 \text{ কি.গ্রাম} + 2500 \text{ কি.গ্রা. [} \therefore 1000 \text{ গ্রাম} = 1 \text{ কি.গ্রা.]}$$
$$= 229500 \text{ কি.গ্রা.}$$
$$= 229.5 \text{ মেট্রিক টন [} \therefore 1000 \text{ কি.গ্রা.} = 1 \text{ মেট্রিক টন]}$$

সুতরাং, দৈনিক রড তৈরি হয় ২২৯.৫ মেট্রিক টন।

৬। একটি স্টিল মিলে বার্ষিক ১৫০০০০ মেট্রিক টন রড তৈরি হয়। দৈনিক কী পরিমাণ রড তৈরি হয়?

সমাধান : আমরা জানি, ১ বছর = ৩৬৫ দিন

৩৬৫ দিনে রড তৈরি হয় ১৫০০০০ মেট্রিক টন

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{1500000}{365} \text{ " "}$$
$$= 4109.86 \text{ মেট্রিক টন}$$

সুতরাং, দৈনিক রড তৈরি হয় ৪১০.৯৬ মেট্রিক টন (প্রায়)

৭। এক ব্যবসায়ীর গুদামে ৫০০ মেট্রিক টন চাল আছে। তিনি দৈনিক ২ মেট্রিক টন ৫০০ কে.জি. করে চাল গুদাম থেকে দোকানে আনেন। তিনি কত দিনে গুদাম থেকে সব চাল আনতে পারবেন?

সমাধান :

আমরা জানি,

$$১ \text{ মেট্রিক টন} = ১০০০ \text{ কেজি}$$

$$\begin{aligned} \therefore ২ \text{ মেট্রিক টন } ৫০০ \text{ কে.জি.} &= \left(২ + \frac{৫০০}{১০০০} \right) \text{ মেট্রিক টন} \\ &= (২ + ০.৫) \text{ মেট্রিক টন} \\ &= ২.৫ \text{ মেট্রিক টন} \end{aligned}$$

অর্থাৎ, ২.৫ মেট্রিক টন চাল আনতে পারবে ১ দিনে

$$\begin{aligned} \therefore ১ \text{ " " " " " " } & \frac{১}{২.৫} \text{ " "} \\ \therefore ৫০০ \text{ " " " " " " } & \frac{১ \times ৫০০ \times ১০}{২৫} \text{ " "} \\ & = ২০০ \text{ দিনে} \end{aligned}$$

সুতরাং, ২০০ দিনে সব চাল আনতে পারবেন।

৮। একটি মোটরগাড়ি যদি ৯ লিটার পেট্রোলে ১২৮ কিলোমিটার যায়, তবে প্রতি কিলোমিটার যেতে কী পরিমাণ পেট্রোলের প্রয়োজন হবে?

সমাধান :

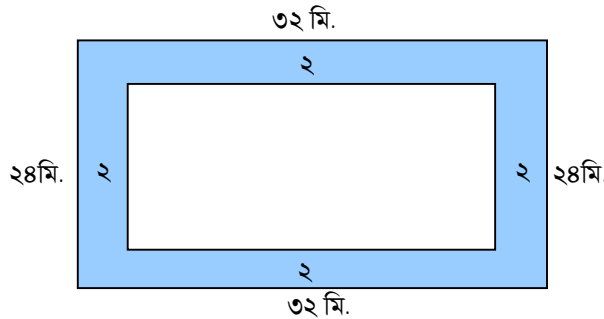
১২৮ কিলোমিটার যেতে পেট্রোলের দরকার ৯ লিটার

$$\begin{aligned} \therefore ১ \text{ " " " " " " } & \frac{৯}{১২৮} \text{ " "} \\ & = ০.০৭ \text{ লিটার (প্রায়)} \end{aligned}$$

সুতরাং, প্রতি কিলোমিটার যেতে পেট্রোলের প্রয়োজন হবে ০.০৭ লিটার (প্রায়)।

৯। একটি আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার এবং প্রস্থ ২৪ মিটার। এর ভিতরে চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



দেওয়া আছে,

আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার

এবং আয়তকার বাগানের প্রস্থ ২৪ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{আয়তকার বাগানের ক্ষেত্রফল} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \\ &= (32 \times 24) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 768 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

যেহেতু বাগানের ভিতরের চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে

$$\begin{aligned}\text{কাজেই রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} &= (32 - 2 \times 2) \text{ মিটার} \\ &= 28 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ} &= (24 - 2 \times 2) \text{ মিটার} \\ &= 20 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = (28 \times 20) \text{ বর্গমিটার} = 560 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} &= (768 - 560) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 208 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

সুতরাং, রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ২০৮ বর্গমিটার।

১০। একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার হলে, পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার

এবং পুকুরের প্রস্থ = ৪০ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{পুকুরটির ক্ষেত্রফল} &= (60 \times 40) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 2400 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

যেহেতু পুকুরের পাড়ের বিস্তার = ৩ মিটার

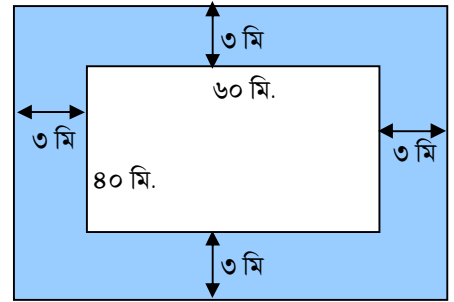
$$\begin{aligned}\text{পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য} &= (60 + 3 \times 2) \text{ মিটার} \\ &= 66 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ} &= (40 + 3 \times 2) \text{ মিটার} \\ &= 46 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল} &= (66 \times 46) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 3036 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{পুকুরের ক্ষেত্রফল} &= (3036 - 2400) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 636 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

সুতরাং, পাড়ের ক্ষেত্রফল ৬৩৬ বর্গমিটার।



১১। আয়তকার একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ একর এবং তার দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } ১ \text{ একর} &= ৪০৪৬.৮৬ \text{ বর্গমিটার} \\ \therefore ১০ \text{ ”} &= (৪০৪৬.৮৬ \times ১০) \text{ বর্গমিটার} \\ &= ৪০৪৬৮.৬ \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

\therefore আয়তকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ৪০৪৬৮.৬ বর্গমিটার
মনেকরি,

$$\begin{aligned}\text{ক্ষেত্রটির প্রস্থ} &= \text{ক মিটার} \\ \therefore \text{ ” দৈর্ঘ্য} &= (৪ \times \text{ক}) \text{ মিটার} \\ &= ৪\text{ক মিটার} \\ \therefore \text{ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} &= (\text{ক} \times ৪\text{ক}) \text{ বর্গমিটার} \\ &= ৪\text{ক}^2 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

প্রশ্নমতে,

$$\begin{aligned}৪\text{ক}^2 &= ৪০৪৬৮.৬ \\ \text{বা, } \text{ক}^2 &= \frac{৪০৪৬৮.৬}{৪} \\ \text{বা, } \text{ক}^2 &= ১০১১৭.১৫ \\ \text{বা, } \text{ক} &= \sqrt{১০১১৭.১৫} \\ \text{বা, } \text{ক} &= ১০০.৫৮৪০\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} &= (৪ \times \text{ক}) \text{ মিটার} \\ &= (৪ \times ১০০.৫৮৪০) \text{ মিটার} \\ &= ৪০২.৩৩৬১ \text{ মিটার} \\ &= ৪০২.৩৪ \text{ মিটার (প্রায়)}\end{aligned}$$

সুতরাং, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)।

১২। একটি আয়তকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ। এ ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত?

সমাধান :

মনেকরি,
আয়তকার ঘরটির প্রস্থ = ক মিটার
যেহেতু দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ

$$\begin{aligned}\therefore \text{আয়তকার ঘরটির দৈর্ঘ্য} &= (\text{ক এর } ১\frac{১}{২}) \text{ মিটার} \\ &= \frac{৩\text{ক}}{২} \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{আয়তকার ঘরটির ক্ষেত্রফল} &= \left(\frac{৩ক}{২} \times ক \right) \text{ বর্গমিটার} \\ &= \frac{৩ক^২}{২} \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

প্রশ্নমতে,

$$\begin{aligned}\frac{৩ক^২}{২} &= ২১৬ \\ \text{বা, } ক^২ &= \frac{২১৬ \times ২}{৩} \\ \text{বা, } ক^২ &= ১৪৪ \\ \text{বা, } ক &= \sqrt{১৪৪} \\ \therefore ক &= ১২\end{aligned}$$

$$\therefore \text{আয়তকার ঘরটির প্রস্থ} = ১২ \text{ মিটার}$$

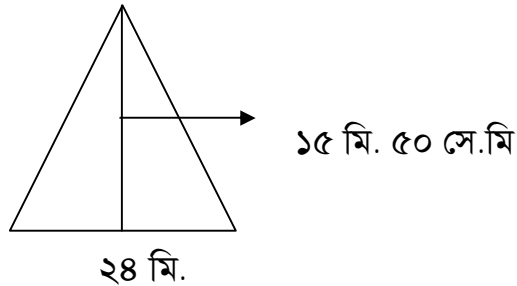
$$\begin{aligned}\therefore \text{ " " দৈর্ঘ্য} &= \frac{৩ক}{২} \text{ মিটার} \\ &= \frac{৩ \times ১২}{২} \text{ মিটার} \\ &= ১৮ \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{আয়তকার ঘরটির পরিসীমা} &= (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \times ২ \\ &= (১৮ + ১২) \times ২ \\ &= ৩০ \times ২ \\ &= ৬০ \text{ মিটার}\end{aligned}$$

সুতারাং, পরিসীমা ৬০ মিটার।

১৩। একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি ২৪ মিটার এবং উচ্চতা ১৫ মিটার ৬০ সেন্টিমিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি = ২৪ মিটার

এবং উচ্চতা = (১৫ মি. ৫০ সে.মি)

$$= (১৫ + \frac{৫০}{১০০}) \text{ মিটার}$$

$$= (১৫ + ০.৫) \text{ মিটার} \quad [\text{যেহেতু } ১০০ \text{ সে.মি.} = ১ \text{ মিটার}]$$

$$= ১৫.৫ \text{ মিটার}$$

∴ ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$

$$= \frac{১}{২} \times ২৪ \times ১৫.৫ \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ১৮৬ \text{ বর্গমিটার}$$

সুতরাং, ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১৮৬ বর্গমিটার।

১৪। একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার এবং প্রস্থ ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৪৮ মিটার

এবং আয়তকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.

$$= (৩২ + \frac{৮০}{১০০}) \text{ মিটার}$$

$$= (৩২ + ০.৮০) \text{ মিটার}$$

$$= ৩২.৮ \text{ মিটার}$$

∴ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ

$$= (৪৮ \times ৩২.৮) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ১৫৭৪.৪ \text{ বর্গমিটার}$$

যেহেতু, ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত রাস্তা আছে।

∴ রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = (৪৮ + ৩ \times ২) মিটার

$$= ৫৪ \text{ মিটার}$$

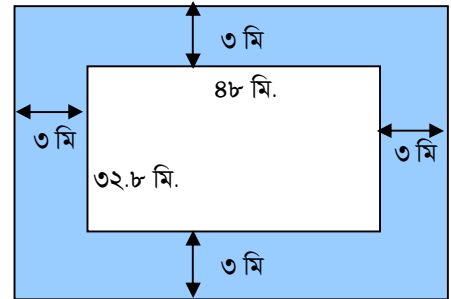
এবং রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির প্রস্থ = (৩২.৮ + ৩ \times ২) মিটার

$$= ৩৮.৮ \text{ মিটার}$$

∴ রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ

$$= (৫৪ \times ৩৮.৮) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ২০৯৫.২ \text{ বর্গমিটার}$$



রাস্তার ক্ষেত্রফল $(2095.2 - 1598.8)$ বর্গমিটার
 $= 520.8$ বর্গমিটার

সুতারাং, রাস্তাটির ক্ষেত্রফল 520.8 বর্গমিটার।

১৫। একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০০ মিটার এবং বাইরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ৩০০ মিটার

\therefore " " " " ক্ষেত্রফল = (300×300) বর্গমিটার
 $= 90000$ বর্গমিটার

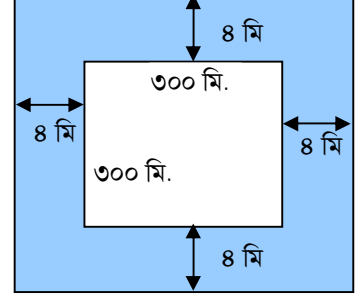
বর্গাকার ক্ষেত্রটির বাহিরে চার দিকে ৪ মি. চওড়া রাস্তা আছে।

রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য $(300 + 8 \times 2)$ মিটার
 $= 308$ মিটার

\therefore রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (308×308) বর্গমিটার
 $= 94864$ বর্গমিটার

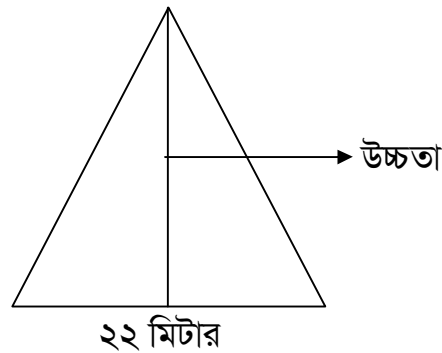
\therefore রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(94864 - 90000)$ বর্গমিটার
 $= 4864$ বর্গমিটার

সুতারাং রাস্তার ক্ষেত্রফল 4864 বর্গমিটার।



১৬। একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার। এর ভূমি ২২ মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি,

ত্রিভুজাকৃতি জমির উচ্চতা = ক মিটার

" " ভূমি = ২২ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \frac{1}{2} \times 22 \times \text{ক বর্গমিটার} \\ &= 11\text{ক বর্গমিটার}\end{aligned}$$

প্রশ্নমতে,

$$11\text{ক} = 268$$

$$\text{বা, ক} = \frac{268}{11} \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ক} = 28 \text{ মিটার}$$

সুতারাং, ত্রিভুজাকৃতি জমির উচ্চতা ২৪ মিটার।

১৭। একটি চৌবাচ্চায় ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান :

চৌবাচ্চাটিতে ১৯২০০ লিটার পানি ধরে
আমরা জানি,

$$1 \text{ লিটার} = 1000 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\begin{aligned}\therefore 19200 \text{ লিটার} &= (1000 \times 19200) \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 19200000 \text{ ঘন সে.মি.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{চৌবাচ্চাটির আয়তন} &= 19200000 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 19.2 \text{ ঘন মিটার}\end{aligned}$$

$$[\because 1000000 = 1 \text{ ঘন মিটার}]$$

চৌবাচ্চাটির গভীরতা = ২.৫৬ মিটার

এবং " " = ২.৫ মিটার

ধরি, চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ক মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{ " আয়তন} &= (\text{গভীরতা} \times \text{প্রস্থ} \times \text{দৈর্ঘ্য}) \\ &= (2.56 \times 2.5 \times \text{ক}) \text{ ঘন মিটার} \\ &= 6.8\text{ক ঘন মিটার}\end{aligned}$$

প্রশ্নমতে,

$$6.8\text{ক} = 19.2$$

$$\text{বা, ক} = \frac{19.2}{6.8}$$

$$\therefore \text{ক} = 3$$

সুতারাং, দৈর্ঘ্য ৩ মিটার।

১৮। সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী। আয়তকার একটি সোনার বারের দৈর্ঘ্য ৭.৮ সেন্টিমিটার, প্রস্থ ৬.৪ সেন্টিমিটার এবং উচ্চতা ২.৫ সেন্টিমিটার। সোনার বারটির ওজন কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

সোনার বারটির দৈর্ঘ্য = ৭.৮ সেন্টিমিটার

প্রস্থ = ৬.৪ সেন্টিমিটার

উচ্চতা = ২.৫ সেন্টিমিটার

সোনার বারটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

= (৭.৮ × ৬.৪ × ২.৫) ঘন সেন্টিমিটার

= ১২৪.৮ ঘন সে.মি.

আমরা জানি,

১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম

∴ ১২৪.৮ ” ” ” ” = (১২৪.৮ × ১) গ্রাম

= ১২৪.৮ গ্রাম

সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী

∴ ১২৪.৮ ঘন সে.মি. সোনার ওজন (১২৪.৮ × ১৯.৩) গ্রাম

= ২৪০৮.৬৪ গ্রাম

সুতরাং, সোনার বারটির ওজন ২৪০৮.৬৪ গ্রাম।

১৯। একটি ছোট বাক্সের দৈর্ঘ্য ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি., প্রস্থ ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি. এবং উচ্চতা ৫ সে.মি. ৮ মি.মি.। বাক্সটির আয়তন কত ঘন সেন্টিমিটার?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

বাক্সের দৈর্ঘ্য = ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি.

= $(১৫ + \frac{২.৪}{১০})$ সে.মি. [∵ ১০মি.মি. = ১ সে.মি.]

= ১৫+০.২৪ সে.মি.

= ১৫.২৪ সে.মি.

বাক্সের প্রস্থ = ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি.

= $(৭ + \frac{৬.২}{১০})$ সে.মি.

= ৭+০.৬২ সে.মি.

= ৭.৬২ সে.মি.

বাক্সের উচ্চতা = ৫ সে.মি. ৮ মি.মি.

$$= \left(৫ + \frac{৮}{১০} \right) \text{ সে.মি.}$$

$$= ৫.৮ \text{ সে.মি.}$$

$$= ৫.৮ \text{ সে.মি.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{বাক্সটির আয়তন} &= (\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{উচ্চতা}) \\ &= (১৫.২৪ \times ৭.৬২ \times ৫.৮) \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= ৬৭৩.৫৪৭ \text{ ঘন সে.মি.} \end{aligned}$$

সুতরাং, বাক্সটির আয়তন ৬৭৩.৫৪৭ ঘন সে.মি.।

২০। একটি আয়তকার চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫.৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং উচ্চতা ২ মিটার। উক্ত চৌবাচ্চাটি পানি ভর্তি থাকলে পানির আয়তন কত লিটার এবং ওজন কত কিলোগ্রাম হবে?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$$\begin{aligned} \text{চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য} &= ৫.৫ \text{ মিটার} \\ &= (৫.৫ \times ১০০) \text{ সে.মি.} \\ &= ৫৫০ \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{চৌবাচ্চাটির প্রস্থ} &= ৪ \text{ মিটার} \\ &= (৪ \times ১০০) \text{ সে.মি.} \\ &= ৪০০ \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{চৌবাচ্চাটির উচ্চতা} &= ২ \text{ মিটার} \\ &= (২ \times ১০০) \text{ সে.মি.} \\ &= ২০০ \text{ সে.মি.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{চৌবাচ্চাটির আয়তন} &= (\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{উচ্চতা}) \\ &= (৫৫০ \times ৪০০ \times ২০০) \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= ৪৪০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.} \end{aligned}$$

আমরা জানি,

$$১০০০ \text{ ঘন সে.মি.} = ১ \text{ লিটার}$$

$$\therefore ১ \text{ " " } = \frac{১}{১০০০} \text{ " "}$$

$$\begin{aligned} \therefore ৪৪০০০০০০ \text{ " " } &= \frac{৪৪০০০০০০}{১০০০} \text{ " "} \\ &= ৪৪০০০ \text{ মিটার।} \end{aligned}$$

আবার, ১ লিটার পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

$$৪৪০০ \text{ " " " } (১ \times ৪৪০০০) \text{ " বা } ৪৪০০০ \text{ কিলোগ্রাম}$$

সুতরাং চৌবাচ্চাটিতে ৪৪০০০ লিটার পানি আছে এবং পানির ওজন ৪৪০০০ কিলোগ্রাম।

২১। আয়তকার একটি ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ১.৫ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১.৯০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১০২৬০.০০ টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার ২.৫০ টাকা দরে ঐ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হবে?

সমাধান :

১.৯০ টাকা ব্যয় হয় ১ বর্গমিটারে

$$\begin{array}{r} 1 \text{ " " " " } \frac{1}{1.90} \text{ " " " " } \\ \therefore 10260 \text{ " " " " } \frac{1 \times 10260}{1.90} \text{ " " " " } \end{array}$$

$$= 5347.37 \text{ বর্গমিটার}$$

\therefore আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫৪০০ বর্গমিটার

আবার,

ধরি ক্ষেত্রটির প্রস্থ ক মিটার

তাহলে দৈর্ঘ্য $1.5 \times$ ক মিটার

প্রশ্নমতে,

$$ক \times 1.5 \times ক = 5347.37$$

$$\text{বা, } 1.5ক^2 = 5347.37$$

$$\text{বা, } ক^2 = \frac{5347.37}{1.5}$$

$$\text{বা, } ক^2 = 3564.91$$

$$\text{বা, } ক = \sqrt{3564.91}$$

$$\therefore ক = 59.7$$

অর্থাৎ, প্রস্থ ৬০ মিটার এবং প্রস্থ (60×1.5) মিটার বা ৯০ মিটার

মাঠের পরিসীমা = $2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$

$$= 2(90 + 60) \text{ মিটার}$$

$$= 2 \times 150 \text{ মিটার}$$

$$= 300 \text{ মিটার}$$

\therefore মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে খরচ হবে (300×2.50) টাকা

$$= 750 \text{ টাকা}$$

সুতরাং, ব্যয়ের পরিমাণ ৭৫০ টাকা।

২২। একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট ৭২০০ টাকা খরচ হয়। ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো। ঘরটির প্রস্থ কত?

সমাধান :

ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো।

অর্থাৎ ৩ মিটারের খরচ ৫৭৬ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " } \frac{576}{3} \text{ "}$$
$$= 192 \text{ মিটার}$$

এখন, ১৯২ টাকা খরচ হয় যখন প্রস্থ ১ মিটার

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{1}{192} \text{ "}$$
$$\therefore 9200 \text{ " " " " } \frac{1 \times 9200}{192} \text{ "}$$
$$= 47.92 \text{ মিটার}$$

সুতরাং, ঘরটির প্রস্থ ৩৭.৫ মিটার।

২৩। ৮০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৬০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতর চারদিকে ৪ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার ৭.২৫ টাকা দরে ঐ পথ বাঁধানোর খরচ কত?

সমাধান :

পথসহ বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার

এবং পথসহ বাগানের প্রস্থ ৬০ মিটার

$$\therefore \text{পথসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} = (80 \times 60) \text{ বর্গমিটার}$$
$$= 4800 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{পথবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} = (80 - 8 \times 2) \text{ বর্গমিটার}$$
$$= 64 \text{ মিটার}$$

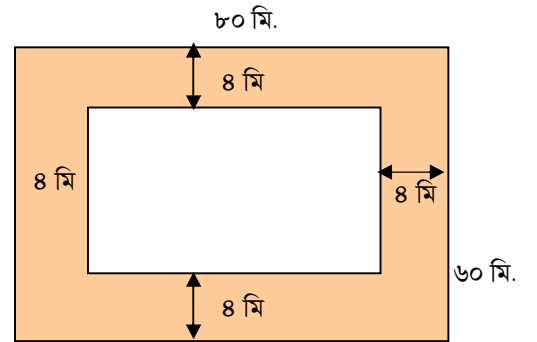
$$\text{পথবাদে বাগানের প্রস্থ} = (60 - 8 \times 2) \text{ বর্গমিটার}$$
$$= 44 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{পথবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = (64 \times 44) \text{ বর্গমিটার}$$
$$= 2816 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{পথের ক্ষেত্রফল} = (4800 - 2816) \text{ বর্গমিটার}$$
$$= 1984 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{পথ বাঁধানোর মোট খরচ} = (1984 \times 7.25) \text{ টাকা}$$
$$= 14386 \text{ টাকা}$$

সুতরাং, পথ বাঁধানোর খরচ ১৪৩৮৬ টাকা



২৪। ২.৫ মিটার গভীর একটি বর্গাকৃতি খোলা চৌবাচ্চায় ২৮.৯০০ লিটার পানি ধরে। এর ভিতরের দিকে সীসার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে?

সমাধান :

$$২৮৯০০ \text{ লিটার} = \frac{২৮৯০০}{১০০০} \text{ ঘনমিটার} \quad [\because ১০০০ \text{ লিটার} = ১ \text{ ঘন মিটার}]$$
$$= ২৮.৯ \text{ ঘন মিটার}$$

\therefore চৌবাচ্চার আয়তন ২৮.৯ ঘন মিটার।

ধরি, বর্গাকৃতি চৌবাচ্চাটির পৃষ্ঠের দৈর্ঘ্য ক মিটার

$$\therefore \text{ বর্গাকৃতি চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল} = ক \times ক \text{ মিটার}$$
$$= ক^২ \text{ মিটার}$$

দেওয়া আছে, চৌবাচ্চাটির গভীরতা ২.৫ মিটার

$$\therefore \text{ চৌবাচ্চাটির ক্ষেত্রফল} = (ক^২ \times ২.৫) \text{ ঘন মিটার}$$
$$= ২.৫ ক^২ \text{ ঘন মিটার}$$

প্রশ্নমতে,

$$২.৫ ক^২ = ২৮.৯$$

$$\text{বা, } ক^২ = \frac{২৮.৯}{২.৫}$$

$$\text{বা, } ক^২ = ১১.৫৬$$

$$\text{বা, } ক = \sqrt{১১.৫৬}$$

$$\therefore ক = ৩.৪$$

চৌবাচ্চার ভিতরের চার পৃষ্ঠে ও তলায় সীসার পাত লাগাতে হবে।

এখন,

$$\text{চৌবাচ্চার ভিতরের প্রতি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = (৩.৪ \times ২.৫) \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{ " " চার " " } = (৩.৪ \times ২.৫ \times ৪) \text{ বর্গমিটার}$$
$$= ৩৪ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{এবং তলার ক্ষেত্রফল} = (৩.৪ \times ৩.৪) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ১১.৫৬ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{ মোট সীসার পাত লাগাতে হবে } (৩৪ + ১১.৫৬) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ৪৫.৫৬ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ হিসেবে } ৪৫.৫৬ \text{ বর্গমিটারে পাত লাগাতে খরচ হবে } (৪৫.৫৬ \times ১২.৫০) \text{ টাকা}$$
$$= ৫৬৯.৫০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, মোট খরচ ৫৬৯.৫০ টাকা।

২৫। একটি ঘরের মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া। ৪মি. লম্বা ও ২.৫মি. চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেতে সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে? প্রতিটি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?

সমাধান :

ঘরটির মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া
∴ ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল = ২৬ মি. × ২০ মি.
= ৫২০ বর্গমিটার

১টি মাদুর ৪ মি. লম্বা ও ২.৫ মি. চওড়া
∴ ১টি মাদুরের ক্ষেত্রফল = ৪ মি. × ২.৫ মি.
= ১০ বর্গমিটার

$$\begin{aligned}\text{মাদুরের সংখ্যা} &= \frac{\text{মেঝের ক্ষেত্রফল}}{\text{১টি মাদুরের ক্ষেত্রফল}} \\ &= \frac{৫২০}{১০} \text{ টি} \\ &= ৫২ \text{ টি}\end{aligned}$$

১টি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা
∴ ৫২টি " " (২৭.৫০ × ৫২) টাকা
= ১৪৩০ টাকা

সুতারাং, মাদুরের সংখ্যা ৫২টি এবং মোট খরচ হবে ১৪৩০ টাকা।

২৬। একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি. ও প্রস্থ ১৮ সে.মি.। বইটির পৃষ্ঠাসংখ্যা ২০০ এবং প্রতি পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি. হলে, বইটির আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

২০০ পৃষ্ঠা = ১০০ পাতা [∴ ২ পৃষ্ঠা = ১ পাতা]

১ পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি.
∴ ১০০ " " " (১০০ × ০.১) মি.মি.
= ১০ মি.মি.
= ১ সে.মি. [∴ ১০ মি.মি. = ১ সে.মি.]

বইটির দৈর্ঘ্য = ২৫ সে.মি.

প্রস্থ = ১৮ সে.মি.

∴ বইটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × পুরুত্ব)
= (২৫ × ১৮ × ১) ঘন সে.মি.
= ৪৫০ ঘন সে.মি.

সুতারাং বইটির আয়তন ৪৫০ ঘন সে.মি.।

২৭। একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার, প্রস্থ ২০ মিটার এবং পুকুরের পানির গভীরতা ৩ মিটার। একটি মেশিন দ্বারা পুকুরটি পানিশূন্য করা হচ্ছে যা প্রতি সেকেন্ডে ০.১ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে। পুকুরটি পানিশূন্য করতে কত সময় লাগবে?

সমাধান :

পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৩২ মিটার

প্রস্থ = ২০ মিটার

গভীরতা = ৩ মিটার

পুকুরটির আয়তন = (৩২ × ২০ × ৩) ঘন মিটার
= ১৯২০ ঘন মিটার

০.১ ঘন সে.মি পানি সেচতে পারে ১ সেকেন্ডে

∴ ১ " " " " $\frac{1}{0.1}$ "

∴ ১৯২০ " " " " $\frac{1 \times 1920}{0.1}$ "

= ১৯২০০ সেকেন্ডে

= $\frac{19200}{60}$ মিনিট [∵ ৬০ সেকেন্ড = ১ মিনিট]

= ৩২০ মিনিট

= $\frac{320}{60}$ ঘন্টা [∵ ৬০ মিনিট = ১ ঘন্টা]

= ৫ ঘন্টা ২০ মিনিট

সুতরাং, পুকুরটি পানিশূন্য করতে ৫ ঘন্টা ২০ মিনিট সময় লাগবে।

২৮। ৩ মিটার দৈর্ঘ্য, ২ মিটার প্রস্থ ও ১ মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি খালি চৌবাচ্চায় ৫০ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি নিরেট ধাতব ঘনক রাখা আছে। চৌবাচ্চাটি পানি দ্বারা পূর্ণ করার পর ঘনকটি তুলে আনা হলে, পানির গভীরতা কত হবে?

সমাধান :

চৌবাচ্চার আয়তন = (৩ × ২ × ১) ঘন মিটার
= ৬ ঘন মিটার

৫০ সে.মি. বাহু বিশিষ্ট ঘনকের আয়তন = (৫০)^৩ ঘন সে.মি.

= ১২৫০০০ ঘন সে.মি.

= $\frac{125000}{1000000}$ ঘন মিটার

[∵ ১০০০০০০ ঘন সে.মি = ১ ঘন মি.]

= ০.১২৫ ঘন মিটার

চৌবাচ্চাটিতে ঘনকটি রাখা অবস্থায় পানি দ্বারা পূর্ণ করলে ০.১২৫ ঘন মিটার কম পানি ধরবে।

$$\therefore \text{ঘনকটি উঠিয়ে নিলে পানির আয়তন} = (৬ - ০.১২৫) \text{ ঘন মিটার}$$
$$= ৫.৮৭৫ \text{ ঘন মিটার}$$

৬ ঘন মিটার আয়তনের পানি গভীরতা ১ মিটার

$$\therefore ১ \text{ ” ” ” ” ” ” } \frac{১}{৬} \text{ ”}$$

$$\therefore ৫.৮৭৫ \text{ ” ” ” ” ” ” } \frac{৫.৮৭৫}{৬} \text{ ”}$$

$$= ০.৯৭৯১৬ \text{ মিটার}$$

সুতরাং, গভীরতা হবে ০.৯৭৯১৬ মিটার বা ৯৭.৯২ সে.মি. । (প্রায়)

tanbircox.blogspot.com

চতুর্থ ৪ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

সূত্র ১। $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

সূত্র ২। $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

সূত্র ৩। $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

সূত্র ৪। $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

অনুসিদ্ধান্ত ১। $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ২। $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৩। $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৪। $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৫। $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$

অনুসিদ্ধান্ত ৬। $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$ বা, $ab = \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2$

উদাহরণ ১। $3x + 5y$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x + 5y)^2 &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5y + (5y)^2 \\ &= 9x^2 + 30xy + 25y^2\end{aligned}$$

উদাহরণ ২। বর্গের সূত্র ব্যবহার করে ২৫ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(25)^2 &= (20 + 5)^2 \\ &= (20)^2 + 2 \times 20 \times 5 + (5)^2 \\ &= 400 + 200 + 25 \\ &= 625\end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। $4x - 7y$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(4x - 7y)^2 &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7y + (7y)^2 \\ &= 16x^2 - 56xy + 49y^2\end{aligned}$$

উদাহরণ ৪। $a + b = 8$ এবং $ab = 15$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\&= (8)^2 - 2 \times 15 \\&= 64 - 30 \\&= 34\end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। $a - b = 7$ এবং $ab = 60$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\&= (7)^2 + 2 \times 60 \\&= 49 + 120 \\&= 169\end{aligned}$$

উদাহরণ ৬। $x - y = 3$ এবং $xy = 10$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\&= (3)^2 + 4 \times 10 \\&= 9 + 40 \\&= 49\end{aligned}$$

উদাহরণ ৭। $a + b = 7$ এবং $ab = 10$ হলে, $(a - b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\&= (7)^2 - 4 \times 10 \\&= 49 - 40 \\&= 9\end{aligned}$$

উদাহরণ ৮। $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \times x \times \frac{1}{x}$$

$$\begin{aligned} &= (5)^2 + 4 \\ &= 25 + 4 \\ &= 29 \end{aligned}$$

কাজ :

১। $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

২। $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪। $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

১। $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} (2a + 5b)^2 &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 5b + (5b)^2 \\ &= 4a^2 + 20ab + 25b^2 \end{aligned}$$

২। $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} (4x - 7)^2 &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7 + (7)^2 \\ &= 16x^2 - 56x + 49 \end{aligned}$$

৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= (7)^2 - 2 \times 9 \\ &= 49 - 18 \\ &= 31 \end{aligned}$$

৪। $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} (x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\ &= (5)^2 + 4 \times 6 \\ &= 25 + 24 \\ &= 49 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৯। সূত্রের সাহায্যে $3p + 4$ কে $3p - 4$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (3p + 4)(3p - 4) \\ &= (3p)^2 - (4)^2 \\ &= 9p^2 - 16 \end{aligned}$$

উদাহরণ ১০। সূত্রের সাহায্যে $5m + 8$ কে $5m + 9$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \text{আমরা জানি, } (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \\ \therefore & (5m + 8)(5m + 9) \\ &= (25m)^2 + (8 + 9) \times 5m + 8 \times 9 \\ &= 25m^2 + 17 \times 5m + 72 \\ &= 25m^2 + 85m + 72 \end{aligned}$$

উদাহরণ ১১। সরল কর : $(5a - 7b)^2 + 2(5a - 7b)(9b - 4a) + (9b - 4a)^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \text{ধরি, } (5a - 7b) = x \\ & \text{এবং } (9b - 4a) = y \\ \therefore & \text{ প্রদত্ত রাশি} = x^2 + 2xy + y^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= (5a - 7b + 9b - 4a)^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (a + 2b)^2 \\ &= a^2 + 4ab + 4b^2 \end{aligned}$$

উদাহরণ ১২। $(x + 6)(x + 4)$ কে দুইটি রাশির অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$$\text{আমরা জানি, } ab = \binom{a+b}{2} - \binom{a-b}{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore (x+6)(x+4) &= \left\{ \frac{(x+6)+(x+4)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(x+6)-(x+4)}{2} \right\}^2 \\ &= \left(\frac{x+6+x+4}{2} \right)^2 - \left(\frac{x+6-x-4}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{2x+10}{2} \right)^2 - \left(\frac{2}{2} \right)^2 \\ &= \left\{ \frac{2(x+5)}{2} \right\}^2 - (1)^2 \\ &= (x+5)^2 - (1)^2\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৩। $x = 4, y = -8$ এবং $z = 5$ হলে, $25(x+y)^2 - 20(x+y)(y+z) + 4(y+z)^2$ এর মান কত?

সমাধান :

ধরি, $x+y = a$

এবং $y+z = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 25a^2 - 20ab + 4b^2 \\ &= (5a)^2 - 2 \times 5a \times 2b + (2b)^2 \\ &= (5a - 2b)^2 \\ &= \{5(x+y) - 2(y+z)\}^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (5x + 5y - 2y - 2z)^2 \\ &= (5x + 3y - 2z)^2 \\ &= (5 \times 4 + 3 \times -8 - 2 \times 5)^2 \quad [x, y \text{ ও } z \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (20 - 24 - 10)^2 \\ &= (-14)^2 \\ &= 196\end{aligned}$$

কাজ : ১। সূত্রের সাহায্যে $(5x+7y)$ ও $(5x-7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

২। সূত্রের সাহায্যে $(x+10)$ ও $(x-14)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

৩। $(4x-3y)(6x+5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

১। সূত্রের সাহায্যে $(5x + 7y)$ ও $(5x - 7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (5x + 7y)(5x - 7y) \\ &= (5x)^2 - (7y)^2 \\ &= 25x^2 - 49y^2 \end{aligned}$$

২। সূত্রের সাহায্যে $x + 10$ ও $x - 14$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \text{আমরা জানি, } (x + a)(x - b) = x^2 + (a - b)x - ab \\ \therefore & (x + 10)(x - 14) \\ &= (x)^2 + (10 - 14)x - 10 \times 14 \\ &= x^2 - 4x - 140 \end{aligned}$$

৩। $(4x - 3y)(6x + 5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$$\text{আমরা জানি, } ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \therefore (4x - 3y)(6x + 5y) &= \left\{ \frac{(4x - 3y) + (6x + 5y)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(4x - 3y) - (6x + 5y)}{2} \right\}^2 \\ &= \left(\frac{4x - 3y + 6x + 5y}{2} \right)^2 - \left(\frac{4x - 3y - 6x - 5y}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{10x + 2y}{2} \right)^2 - \left(\frac{-2x - 8y}{2} \right)^2 \\ &= \left\{ \frac{2(5x + y)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{-2(x + 4y)}{2} \right\}^2 \\ &= (5x + y)^2 - (x + 4y)^2 \end{aligned}$$

$$\text{সূত্র ১। } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

উদাহরণ ১৪। $2x + 3y + 5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

ধরি, $2x = a$, $3y = b$ এবং $5z = c$

$$\therefore \text{ প্রদত্ত রাশির বর্গ} = (a + b + c)^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$= (2x)^2 + (3y)^2 + (5z)^2 + 2 \times 2x \times 3y + 2 \times 3y \times 5z + 2 \times 2x \times 5z$$

$$= 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz \quad [a, b, \text{ ও } c \text{ মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore (4x + 3y + 5z)^2 = 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz$$

উদাহরণ ১৫। $5a - 6b - 7c$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(5a - 6b - 7c)^2$$

$$\{(5a) - (6b + 7c)\}^2$$

$$= (5a)^2 - 2 \times (5a) \times (6b + 7c) + (6b + 7c)^2$$

$$= 25a^2 - 10a(6b + 7c) + (6b)^2 + 2 \times (6b) \times (7c) + (7c)^2$$

$$= 25a^2 - 60ab - 70ac + 36b^2 + 84bc + 49c^2$$

$$= 25a^2 + 36b^2 + 49c^2 - 60ab + 84bc - 70ac$$

বিকল্প সমাধান :

আমরা জানি, $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$

এখানে, $5x = a$, $-6b = y$ এবং $-7c = z$ ধরে

$$(5a - 6b - 7c)^2 = (25a)^2 + (-6b)^2 + (-7c)^2$$

$$+ 2 \times (5a) \times (-6b) + 2 \times (-6b) \times (-7c) + 2 \times (-7c) \times (5a)$$

$$= 25a^2 + 36b^2 + 49c^2 - 60ab + 84bc - 70ac$$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর :

১। $ax + by + c$

২। $4x + 5y - 7z$

১। $ax + by + c$ বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(ax + by + c)^2 = (ax)^2 + (by)^2 + c^2 + 2 \times (ax) \times (by) + 2 \times (by) \times c + 2 \times c \times (ax) \\ = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2 + 2abxy + 2bcy + 2acx$$

২. $4x + 5y - 7z$ বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(4x + 5y - 7z)^2 = (4x)^2 + (5y)^2 + (-7z)^2 + 2(4x)(5y) + 2(5y)(-7z) + 2(4x)(-7z) \\ = 16x^2 + 25y^2 + 49z^2 + 40xy - 70yz - 56xz$$

অনুশীলনী ৪.১

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর বর্গনির্ণয় কর :

(ক) $5a + 7b$

(খ) $6x + 3$

(গ) $7p - 2q$

(ঘ) $ax - by$

(ঙ) $x^3 + xy$

(চ) $11a - 12b$

(ছ) $6x^2y - 5xy^2$

(জ) $-x - y$

(ঝ) $-xyz - abc$

(ঞ) $a^2x^3 - b^2y^4$

(ট) 108

(ঠ) 606

(ড) 597

(ঢ) $a - b + c$

(ণ) $ax + b + 2$

(ত) $xy + yz - zx$

(থ) $3p + 2q - 5r$

(দ) $x^2 - y^2 - z^2$

(ক) $5a + 7b$

সমাধান :

$5a + 7b$ এর বর্গ

$$= (5a + 7b)^2$$

$$= (5a)^2 + 2 \times (5a) \times (7b) + (7b)^2$$

$$= 25a^2 + 70ab + 49b^2$$

(খ) $6x + 3$

সমাধান :

$6x + 3$ এর বর্গ

$$= (6x + 3)^2$$

$$= (6x)^2 + 2 \times (6x) \times (3) + (3)^2$$

$$= 36x^2 + 36x + 9$$

(গ) $7p - 2q$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 7p - 2q \text{ এর বর্গ} \\ &= (7p - 2q)^2 \\ &= (7p)^2 - 2 \times (7p) \times (2q) + (2q)^2 \\ &= 49p^2 - 28pq + 4q^2 \end{aligned}$$

(ঙ) $x^3 + xy$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^3 + xy \text{ এর বর্গ} \\ &= (x^3 + xy)^2 \\ &= (x^3)^2 + 2 \times (x^3) \times (xy) + (xy)^2 \\ &= x^6 + 2x^4y + x^2y^2 \end{aligned}$$

(ছ) $6x^2y - 5xy^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 6x^2y - 5xy^2 \text{ এর বর্গ} \\ &= (6x^2y - 5xy^2)^2 \\ &= (6x^2y)^2 - 2 \times (6x^2y) \times (5xy^2) + (5xy^2)^2 \\ &= 36x^4y^2 - 60x^3y^3 + 25x^2y^4 \end{aligned}$$

(ঝ) $-xyz - abc$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & -xyz - abc \text{ এর বর্গ} \\ &= (-xyz - abc)^2 \\ &= \{-(xyz + abc)\}^2 \\ &= (xyz + abc)^2 \\ &= (xyz)^2 + 2 \times (xyz) \times (abc) + (abc)^2 \\ &= x^2y^2z^2 + 2xyzabc + a^2b^2c^2 \end{aligned}$$

(ঘ) $ax - by$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & ax - by \text{ এর বর্গ} \\ &= (ax - by)^2 \\ &= (ax)^2 - 2 \times (ax) \times (by) + (by)^2 \\ &= a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2 \end{aligned}$$

(চ) $11a - 12b$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 11a - 12b \text{ এর বর্গ} \\ &= (11a - 12b)^2 \\ &= (11a)^2 - 2 \times (11a) \times (12b) + (12b)^2 \\ &= 121a^2 - 264ab + 144b^2 \end{aligned}$$

(জ) $-x - y$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & -x - y \text{ এর বর্গ} \\ &= (-x - y)^2 \\ &= \{-(x + y)\}^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 \end{aligned}$$

(ঞ) $a^2x^3 - b^2y^4$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^2x^3 - b^2y^4 \text{ এর বর্গ} \\ &= (a^2x^3 - b^2y^4)^2 \\ &= (a^2x^3)^2 - 2 \times (a^2x^3) \times (b^2y^4) + (b^2y^4)^2 \\ &= a^4x^6 - 2a^2b^2x^3y^4 + b^4y^8 \end{aligned}$$

(ট) 108

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 108 \text{ এর বর্গ} \\ &= (108)^2 \\ &= (100 + 8)^2 \\ &= (100)^2 + 2 \times (100) \times (8) + (8)^2 \\ &= 10000 + 1600 + 64 \\ &= 11664 \end{aligned}$$

(ড) 597

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 597 \text{ এর বর্গ} \\ &= (597)^2 \\ &= (600 - 3)^2 \\ &= (600)^2 - 2 \times (600) \times (3) + (3)^2 \\ &= 360000 - 36000 + 9 \\ &= 360009 - 3600 \\ &= 356409 \end{aligned}$$

(গ) $ax + b + 2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & ax + b + 2 \text{ এর বর্গ} \\ &= (ax + b + 2)^2 \\ &= \{(ax + b) + 2\}^2 \\ &= (ax + b)^2 + 2 \times (ax + b) \times (2) + (2)^2 \\ &= a^2x^2 + 2abx + b^2 + 4ax + 4b + 4 \\ &= a^2x^2 + b^2 + 2abx + 4b + 4ax + 4 \end{aligned}$$

(ঠ) 606

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 606 \text{ এর বর্গ} \\ &= (606)^2 \\ &= (600 + 6)^2 \\ &= (600)^2 + 2 \times (600) \times (6) + (6)^2 \\ &= 360000 + 7200 + 36 \\ &= 367236 \end{aligned}$$

(ঢ) $a - b + c$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a - b + c \text{ এর বর্গ} \\ &= (a - b + c)^2 \\ &= \{(a - b) + c\}^2 \\ &= (a - b)^2 + 2 \times (a - b) \times (c) + (c)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac \end{aligned}$$

(ভ) $xy + yz - zx$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & xy + yz - zx \text{ এর বর্গ} \\ &= (xy + yz - zx)^2 \\ &= \{xy + (yz - zx)\}^2 \\ &= (xy)^2 + 2 \times (xy) \times (yz - zx) + (yz - zx)^2 \\ &= x^2y^2 + 2xy^2z - 2x^2yz + (yz)^2 - 2(yz)(zx) + (zx)^2 \\ &= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 - 2x^2yz + 2xy^2z - 2xyz^2 \end{aligned}$$

(খ) $3p + 2q - 5r$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 3p + 2q - 5r \text{ এর বর্গ} \\ &= (3p + 2q - 5r)^2 \\ &= \{3p + (2q - 5r)\}^2 \\ &= (3p)^2 + 2 \times (3p) \times (2q - 5r) + (2q - 5r)^2 \\ &= 9p^2 + 12pq - 30qr + (2q)^2 - 2(2q)(5r) + (5r)^2 \\ &= 9p^2 + 12pq - 30qr + 4q^2 - 20qr + 5r^2 \\ &= 9p^2 + 4q^2 + 5r^2 + 12pq - 30qr - 20qr \end{aligned}$$

(ধ) $7a^2 + 8b^2 - 5c^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 7a^2 + 8b^2 - 5c^2 \text{ এর বর্গ} \\ &= (7a^2 + 8b^2 - 5c^2)^2 \\ &= \{7a^2 + (8b^2 - 5c^2)\}^2 \\ &= (7a^2)^2 + 2(7a^2)(8b^2 - 5c^2) + (8b^2 - 5c^2)^2 \\ &= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + (8b^2)^2 - 2(8b^2)(5c^2) + (5c^2)^2 \\ &= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + 64b^4 - 80b^2c^2 + 25c^4 \\ &= 49a^4 + 64b^4 + 25c^4 + 112a^2b^2 - 80b^2c^2 - 70a^2c^2 \end{aligned}$$

(দ) $x^2 - y^2 - z^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - z^2 \text{ এর বর্গ} \\ &= (x^2 - y^2 - z^2)^2 \\ &= \{(x^2 - y^2) - z^2\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 - 2 \times (x^2 - y^2) \times (z^2) + (z^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4 - 2x^2z^2 + 2x^2z^2 + z^4 \\ &= x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 + 2y^2z^2 - 2x^2z^2 \end{aligned}$$

২। সরল কর :

(ক) $(x + y)^2 + 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$

(খ) $(2a + 3b)^2 - 2(2a + 3b)(3b - a) + (3b - a)^2$

(গ) $(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2$

(ঘ) $(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$

(ঙ) $(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)$

(ক) $(x + y)^2 + 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$

সমাধান :

ধরি, $x + y = a$

এবং $x - y = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= (a + b)^2 \\ &= (x + y + x - y)^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (2x)^2 \\ &= 4x^2\end{aligned}$$

(খ) $(2a + 3b)^2 - 2(2a + 3b)(3b - a) + (3b - a)^2$

সমাধান :

ধরি, $2a + 3b = x$

এবং $3b - a = y$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 2xy + y^2 \\ &= (x - y)^2 \\ &= \{(2a + 3b) - (3b - a)\}^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (2a + 3b - 3b + a)^2 \\ &= (3a)^2 \\ &= 9a^2\end{aligned}$$

(গ) $(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}&(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2 \\ &= \{(3x^2 + 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)\}^2 \\ &= (3x^2 + 7y^2 + 3x^2 - 7y^2)^2 \\ &= (6x^2)^2 \\ &= 36x^4\end{aligned}$$

(ঘ) $(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$

সমাধান :

$$(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$$
$$= (8x + y)^2 - 2(8x + y)(5x + y) + (5x + y)^2$$

ধরি, $8x + y = a$

এবং $5x + y = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^2 - 2ab + b^2$$
$$= (a - b)^2$$
$$= \{(8x + y) - (5x + y)\}^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$$
$$= (8x + y - 5x - y)^2$$
$$= (3x)^2$$
$$= 9x^2$$

(ঙ) $(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)^2$

সমাধান :

$$(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)$$

ধরি, $5x^2 - 3x - 2 = a$

এবং $2 + 5x^2 - 3x = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^2 + b^2 - 2ab$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$
$$= (a - b)^2$$
$$= \{(5x^2 - 3x - 2) - (2 + 5x^2 - 3x)\}^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$$
$$= (5x^2 - 3x - 2 - 2 - 5x^2 + 3x)^2$$
$$= (-4)^2$$
$$= 16$$

৩। সূত্র প্রয়োগ করে গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $(x + 7)(x - 7)$

(গ) $(xy + yz)(xy - yz)$

(ঙ) $(a + 3)(a + 4)$

(ছ) $(6x + 17)(6x - 13)$

(ঝ) $(ax - by + cz)(ax + by - cz)$

(ট) $(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)$

(খ) $(5x + 13)(5x - 13)$

(ঘ) $(ax + b)(ax - b)$

(চ) $(ax + 3)(ax + 4)$

(জ) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$

(ঞ) $(3a - 10)(3a - 5)$

(ঠ) $(ax + by + 5)(ax + by + 3)$

(ক) $(x + 7)(x - 7)$

সমাধান :

$$(x + 7)(x - 7)$$

$$= (x)^2 - (7)^2$$

$$= x^2 - 49$$

(গ) $(xy + yz)(xy - yz)$

সমাধান :

$$(xy + yz)(xy - yz)$$

$$= (xy)^2 - (yz)^2$$

$$= x^2y^2 - y^2z^2$$

(ঙ) $(a + 3)(a + 4)$

সমাধান :

$$(a + 3)(a + 4)$$

আমরা জানি,

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\therefore (a + 3)(a + 4)$$

$$= a^2 + (3 + 4)a + (3)(4)$$

$$= a^2 + 7a + 12$$

(খ) $(5x + 13)(5x - 13)$

সমাধান :

$$(5x + 13)(5x - 13)$$

$$= (5x)^2 - (13)^2$$

$$= 25x^2 - 169$$

(ঘ) $(ax + b)(ax - b)$

সমাধান :

$$(ax + b)(ax - b)$$

$$= (ax)^2 - (b)^2$$

$$= a^2x^2 - b^2$$

(চ) $(ax + 3)(ax + 4)$

সমাধান :

$$(ax + 3)(ax + 4)$$

আমরা জানি,

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\therefore (ax + 3)(ax + 4)$$

$$= (ax)^2 + (3 + 4)ax + (3)(4)$$

$$= a^2x^2 + 7ax + 12$$

(ছ) $(6x + 17)(6x - 13)$

সমাধান :

$$(6x + 17)(6x - 13)$$

আমরা জানি,

$$(x + a)(x - b) = x^2 + (a - b)x - ab$$

$$\therefore (6x + 17)(6x - 13)$$

$$= (6x)^2 + (17 - 13)6x - (17)(13)$$

$$= 36x^2 + 4x - 221$$

(ঝ) $(ax - by + cz)(ax + by - cz)$

সমাধান :

$$(ax - by + cz)(ax + by - cz)$$

$$= \{(ax) - (by - cz)\} \{(ax) + (by - cz)\}$$

$$= (ax)^2 - (by - cz)^2$$

$$= a^2x^2 - \{(by)^2 - 2(by)(cz) + (cz)^2\}$$

$$= a^2x^2 - b^2y^2 + 2bcyz - c^2z^2$$

(ট) $(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)$

সমাধান :

$$(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)$$

$$= \{(5a + 2b) - (3c)\} \{(5a + 2b) + (3c)\}$$

$$= (5a + 2b)^2 - (3c)^2$$

$$= (5a)^2 + 2(5a)(2b) + (2b)^2 - (3c)^2$$

$$= 25a^2 + 20ab + 4b^2 - 9c^2$$

(জ) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$

সমাধান :

$$(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$$

$$= \{(a^2)^2 - (b^2)^2\}(a^4 + b^4)$$

$$= (a^4 - b^4)(a^4 + b^4)$$

$$= (a^4)^2 - (b^4)^2$$

$$= a^8 - b^8$$

(ঞ) $(3a - 10)(3a - 5)$

সমাধান :

$$(3a - 10)(3a - 5)$$

আমরা জানি,

$$(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$$

$$\therefore (3a - 10)(3a - 5)$$

$$= (3a)^2 - (10 + 5)3a + (10)(5)$$

$$= 9a^2 - (15)3a + 50$$

$$= 9a^2 - 45a + 50$$

(ঠ) $(ax + by + 5)(ax + by + 3)$

$$= \{(ax + by) + (5)\} \{(ax + by) + (3)\}$$

সমাধান :

$$(ax + by + 5)(ax + by + 3)$$

আমরা জানি,

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\therefore (ax + by)^2 + (5 + 3)(ax + by) + (5)(3)$$

$$= (ax)^2 + 2(ax)(by) + (by)^2 + 8(ax + by) + 15$$

$$= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 + 8ax + 8by + 15$$

৪। $a = 4$, $b = 6$ এবং $c = 3$ হলে $4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = 4$, $b = 6$

এবং $c = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2 \\ &= (2ab)^2 - 2 \times 2ab \times 4bc + (4bc)^2 \\ &= (2ab - 4bc)^2 \\ &= (2 \times 4 \times 6 - 4 \times 6 \times 3)^2 \quad [a, b \text{ ও } c \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (48 - 72)^2 \\ &= (-24)^2 \\ &= 576\end{aligned}$$

৫। $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + \frac{1}{x^2} \\ &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} \\ &= (3)^2 + 2 \quad [\because x - \frac{1}{x} = 3] \\ &= 9 + 2 \\ &= 11\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 11.

৬। $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে, $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 4$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= a^4 + \frac{1}{a^4}$

$$= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{ \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \times a \times \frac{1}{a} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(4)^2 - 2\}^2 - 2 \quad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$= (16 - 2)^2 - 2$$

$$= (14)^2 - 2$$

$$= 196 - 2$$

$$= 194$$

৭। $m = 6$, $n = 7$ হলে, $16(m^2 + n^2)^2 + 56(m^2 + n^2)(3m^2 - 2n^2) + 49(3m^2 - 2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

ধরি, $m^2 + n^2 = a$

এবং $3m^2 - 2n^2 = b$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= 16(m^2 + n^2)^2 + 56(m^2 + n^2)(3m^2 - 2n^2) + 49(3m^2 - 2n^2)^2$

$$= 16(a)^2 + 56(a)(b) + 49(b)^2$$

$$= (4a)^2 + 2(4a)(7b) + (7b)^2$$

$$= (4a - 7b)^2$$

$$= \{4(m^2 + n^2) + 7(3m^2 - 2n^2)\}^2 \quad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$\begin{aligned} &= \{4m^2 + 4n^2 + 21m^2 - 14n^2\}^2 \\ &= \{25m^2 - 10n^2\}^2 \\ &= \{25 \times (6)^2 - 10 \times (7)^2\}^2 \quad [m \text{ ও } n \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= \{25 \times 36 - 10 \times 49\}^2 \\ &= \{900 - 490\}^2 \\ &= \{410\}^2 \\ &= 168100 \end{aligned}$$

৮। $a - \frac{1}{a} = m$ হলে, দেখাও যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = m$

দেখাতে হবে যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

বামপক্ষ $= a^4 + \frac{1}{a^4}$

$$= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{ \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(m)^2 + 2\}^2 - 2$$

[মান বসিয়ে]

$$= (m^2 + 2)^2 - 2$$

$$= (m^2)^2 + 2 \times m^2 \times 2 + (2)^2 - 2$$

$$= m^4 + 4m^2 + 4 - 2$$

$$= m^4 + 4m^2 + 2$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

৯। $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$

প্রমাণ করতে হবে যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ} &= x^2 + \frac{1}{x^2} \\ &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} \\ &= (4)^2 + 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 16 + 2 \\ &= 18 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18 \text{ (প্রমাণিত)}$$

১০। $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

$$\text{বামপক্ষ} = m^4 + \frac{1}{m^4}$$

$$\begin{aligned} &= (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2 \\ &= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2} \\ &= \left\{ \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m} \right\}^2 - 2 \\ &= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 \quad \text{[মান বসিয়ে]} \\ &= (4 - 2)^2 - 2 \\ &= (2)^2 - 2 \\ &= 4 - 2 \\ &= 2 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore m^4 + \frac{1}{m^4} = 2 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

১১। $x + y = 12$ এবং $xy = 27$ হলে, $(x - y)^2$ ও $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x + y = 12$

এবং $xy = 27$

$$\begin{aligned} \text{প্রথম রাশি} &= (x - y)^2 \\ &= (x + y)^2 - 4xy \\ &= (12)^2 - 4 \times 27 \\ &= 144 - 108 \\ &= 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং } x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= (12)^2 - 2 \times 27 \\ &= 144 - 54 \\ &= 90 \end{aligned}$$

১২। $a + b = 13$ এবং $a - b = 3$ হলে, $2a^2 + 2b^2$ ও ab এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a + b = 13$

এবং $a - b = 3$

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 2a^2 + 2b^2 \\ &= 2(a^2 + b^2) \\ &= (a + b)^2 + (a - b)^2 \\ &= (13)^2 - (3) \\ &= 169 + 9 \\ &= 178\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } ab &= \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= \frac{169}{4} - \frac{9}{4} \\ &= \frac{169 - 9}{4} \\ &= \frac{160}{4} \\ &= 40\end{aligned}$$

১৩। দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর :

(ক) $(5p - 3q)(p + 7q)$

(খ) $(6a + 9b)(7b - 8a)$

(গ) $(3x + 5y)(7x - 5y)$

(ঘ) $(5x + 13)(5x - 13)$

(ক) $(5p - 3q)(p + 7q)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (5p - 3q)(p + 7q) &= \left\{ \frac{(5p - 3q) + (p + 7q)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(5p - 3q) - (p + 7q)}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{5p - 3q + p + 7q}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{5p - 3q - p - 7q}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{6p + 4q}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{4p - 10q}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{2(3p + 2q)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2(2p - 5q)}{2} \right\}^2 \\ &= (3p + 2q)^2 - (2p - 5q)^2\end{aligned}$$

(খ) $(6a + 9b)(7b - 8a)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (6a + 9b)(7b - 8a) &= \left\{ \frac{(6a + 9b) + (7b - 8a)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(6a + 9b) - (7b - 8a)}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{6a + 9b + 7b - 8a}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{6a + 9b - 7b + 8a}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{16b - 2a}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{14a + 2b}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{2(8b - a)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2(7a + b)}{2} \right\}^2 \\ &= (8b - a)^2 - (7a + b)^2\end{aligned}$$

(গ) $(3x + 5y)(7x - 5y)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (3x + 5y)(7x - 5y) &= \left\{\frac{(3x + 5y) + (7x - 5y)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(3x + 5y) - (7x - 5y)}{2}\right\}^2 \\ &= \left\{\frac{3x + 5y + 7x - 5y}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{3x + 5y - 7x + 5y}{2}\right\}^2 \\ &= \left\{\frac{10x}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{-2x + 10y}{2}\right\}^2 \\ &= (5x)^2 - \left\{\frac{-2(x - 5y)}{2}\right\}^2 \\ &= (5x)^2 - (x - 5y)^2\end{aligned}$$

(ঘ) $(5x + 13)(5x - 13)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (5x + 13)(5x - 13) &= \left\{\frac{(5x + 13) + (5x - 13)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(5x + 13) - (5x - 13)}{2}\right\}^2 \\ &= \left\{\frac{5x + 13 + 5x - 13}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{5x + 13 - 5x + 13}{2}\right\}^2 \\ &= \left\{\frac{10x}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{26}{2}\right\}^2 \\ &= (5x)^2 - (13)^2\end{aligned}$$

চতুর্থ 4.2 ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

$$\text{সূত্র: } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{অনুসিদ্ধান্ত: } a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$\text{সূত্র: } (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\text{অনুসিদ্ধান্ত: } a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

উদাহরণ ১৬। $3x + 2y$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x + 2y)^3 &= (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times 2y + 3 \times (3x) \times (2y)^2 + (2y)^3 \\ &= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times 2y + 3 \times 3x \times 4y^2 + 8y^3 \\ &= 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৭। $2a + 5b$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2a + 5b)^3 &= (2a)^3 + 3 \times (2a)^2 \times 5b + 3 \times (2a) \times (5b)^2 + (5b)^3 \\ &= 8a^3 + 3 \times 4a^2 \times 5b + 3 \times 2a \times 25b^2 + 125b^3 \\ &= 8a^3 + 60a^2b + 150ab^2 + 125b^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৮। $m - 2n$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(m - 2n)^3 &= (m)^3 - 3 \times (m)^2 \times 2n + 3 \times m \times (2n)^2 - (2n)^3 \\ &= m^3 - 3m^2 \times 2n + 3m \times 4n^2 - 8n^3 \\ &= m^3 - 6m^2n + 12mn^2 - 8n^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৯। $4x - 5y$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(4x - 5y)^3 &= (4x)^3 - 3 \times (4x)^2 \times 5y + 3 \times m \times (5y)^2 - (5y)^3 \\ &= 64x^3 - 3 \times 16x^2 \times 5y + 3 \times 4x \times 25y^2 - 125y^3 \\ &= 64x^3 - 240x^2y + 300xy^2 - 125y^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ২০। $x + y - z$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x + y - z) &= \{(x + y) - z\}^3 \\ &= (x + y)^3 - 3 \times (x + y)^2 \times z + 3 \times (x + y) \times (z)^2 - (z)^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3z(x^2 + 2xy + y^2) + 3xz^2 + 3yz^2 - z^3 \\ &= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x^2z - 6xyz - 3y^2z + 3xz^2 + 3yz^2 - z^3 \\ &= x^3 + y^3 - z^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 3x^2z - 3y^2z + 3xz^2 + 3yz^2 - 6xyz\end{aligned}$$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

১। $ab + bc$

২। $2x - 5y$

৩। $2x - 3y - z$

১। $ab + bc$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(ab + bc)^3 &= (ab)^3 + 3(ab)^2 \times bc + 3ab(bc)^2 + (bc)^3 \\ &= a^3b^3 + 3a^2b^2bc + 3abb^2c^2 + b^3c^3 \\ &= a^3b^3 + b^3c^3 + 3a^2b^3c + 3ab^3c^2\end{aligned}$$

২। $2x - 5y$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2x - 5y)^3 &= (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times 5y + 3 \times 2x \times (5y)^2 - (5y)^3 \\ &= 8x^3 - 15y \times 4x^2 + 6x \times 25y^2 - 125y^3 \\ &= 8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3\end{aligned}$$

৩। $2x - 3y - z$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2x - 3y - z)^3 \\ &= \{(2x - 3y) - z\}^3 \\ &= (2x - 3y)^3 - 3(2x - 3y)^2 \cdot z + 3 \cdot (2x - 3y) \cdot z^2 - (z)^3 \\ &= (2x)^3 - 3(2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot (3y)^2 - (3y)^3 - 3z\{(2x)^2 - 2(2x)(3y) + (3y)^2\} + 3z^2(2x - 3y) - z^3 \\ &= 8x^3 - 36yx^2 + 54xy^2 - 27y^3 - 12x^2z + 36xyz - 27y^2z + 6xz^2 - 9yz^2 - z^3 \\ &= 8x^3 - 27y^3 - z^3 - 36x^2y - 12x^2z + 54xy^2 - 27y^2z + 6xz^2 - 9yz^2 + 36xyz \end{aligned}$$

উদাহরণ ২১। সরল কর :

$$(4m + 2n)^3 + 3(4m + 2n)^2(m - 2n) + 3(4m + 2n)(m - 2n)^2 + (m - 2n)^3$$

সমাধান :

ধরি, $4m + 2n = a$ এবং $m - 2n = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= (a + b)^3 \\ &= (4m + 2n + m - 2n)^3 \\ &= (5m)^3 \\ &= 125m^3 \end{aligned}$$

উদাহরণ ২২। সরল কর :

$$(4a - 8b)^3 - (3a - 9b)^3 - 3(a + b)(4a - 8b)(3a - 9b)$$

সমাধান :

ধরি, $4a - 8b = x$ এবং $3a - 9b = y$

$$\begin{aligned} \therefore x - y &= (4a - 8b) - (3a - 9b) \\ &= 4a - 8b - 3a + 9b \\ &= a + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - y^3 - 3(x - y)xy \\ &= x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \\ &= (x - y)^3 \\ &= (a + b)^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

উদাহরণ ২৩। $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned}a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\&= (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 \\&= 27 - 18 \\&= 9\end{aligned}$$

উদাহরণ ২৪। $x - y = 10$ এবং $xy = 30$ হলে, $x^3 - y^3$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned}x^3 - y^3 &= (x - y)^3 + 3xy(x - y) \\&= (10)^3 + 3 \times 30 \times 10 \\&= 1000 + 900 \\&= 1900\end{aligned}$$

উদাহরণ ২৫। $x + y = 4$ হলে, $x^3 + y^3 + 12xy$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned}x^3 + y^3 + 12xy &= x^3 + y^3 + 3 \times 4 \times xy \\&= x^3 + y^3 + 3 \times (x + y) \times xy \\&= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \\&= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \\&= (x + y)^3 \\&= (4)^3 \\&= 64\end{aligned}$$

উদাহরণ ২৬। $a + \frac{1}{a} = 7$ হলে, $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned}a^3 + \frac{1}{a^3} &= a^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 \\&= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \times a \times \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \\&= (7)^3 - 3 \times (7) \\&= 343 - 21 = 322\end{aligned}$$

উদাহরণ ২৭। $m = 2$ হলে, $27m^3 + 54m^2 + 36m + 3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= (3m)^3 + 3 \times (3m) \times 2 + 3 \times (3m) \times (2)^2 + (2)^3 - 5 \\ &= (3m + 2)^3 - 5 \\ &= (3 \times 2 + 2)^3 - 5 \quad [m \text{ এর মান বসিয়ে }] \\ &= (8)^3 - 5 \\ &= 512 - 5 \\ &= 507\end{aligned}$$

কাজ : ১। সরল কর : $(7x - 6)^3 - (5x - 6)^3 - 6x(7x - 6)(5x - 6)$

২। $a + b = 10$ এবং $ab = 21$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

৩। $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$

১। $(7x - 6)^3 - (5x - 6)^3 - 6x(7x - 6)(5x - 6)$

সমাধান :

$$\text{ধরি, } 7x - 6 = a$$

$$\text{এবং } 5x - 6 = b$$

$$\begin{aligned}\therefore a - b &= 7x - 6 - 5x + 6 \\ &= 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - b^3 - 3(a - b)ab \\ &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\ &= (a - b)^3 \\ &= (2x)^3 \\ &= 8x^3\end{aligned}$$

২। $a + b = 10$ এবং $ab = 21$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a + b = 10$

এবং $ab = 21$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (10)^3 - 3 \times 21 \times (10) \\ &= 1000 - 630 \\ &= 370\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 370.

৩। $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = (3)^3 \quad [\text{ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } a^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) = 27$$

$$\text{বা, } a^3 + \frac{1}{a^3} + 3(3) = 27 \quad [\because a + \frac{1}{a} = 3]$$

$$\text{বা, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 27 - 9$$

$$\text{বা, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 18 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

ঘনফলের আরো দুইটি সূত্রাবলি

$$\text{সূত্র: } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{সূত্র: } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

উদাহরণ ২৮। $27x^4 + 8xy^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 27x^4 + 8xy^3 \\ &= x(27x^3 + 8y^3) \\ &= x\{(3x)^3 + (2y)^3\} \\ &= x(3x + 2y)\{(3x)^2 - (3x) \times (2y) + (2y)^2\} \\ &= x(3x + 2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2) \end{aligned}$$

উদাহরণ ২৯। $24x^3 - 81y^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 24x^3 - 81y^3 \\ &= 3(8x^3 - 27y^3) \\ &= 3\{(2x)^3 - (3y)^3\} \\ &= 3(2x - 3y)\{(2x)^2 + (2x) \times (3y) + (3y)^2\} \\ &= 3(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) \end{aligned}$$

উদাহরণ ৩০। সূত্রের সাহায্যে $(x + 2)$ ও $x^4 - 2x^2 + 4$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4) \\ &= (x^2 + 2)\{(x^2)^2 - x^2 \times 2 + (2)^2\} \\ &= (x^2)^3 + (2)^3 \\ &= x^6 + 8 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৩১। সূত্রের সাহায্যে $(4a - 5b)$ ও $16a^2 + 20ab + 25b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2) \\ &= (4a - 5b)\{(4a)^2 + 4a \times 5b + (5b)^2\} \\ &= (4a)^3 - (5b)^3 \\ &= 64a^3 - 125b^3 \end{aligned}$$

কাজ : ১। সূত্রের সাহায্যে $2a + 3b$ ও $4a^2 - 6ab + 9b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

২। $27a^3 - 8$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। সূত্রের সাহায্যে $2a + 3b$ ও $4a^2 - 6ab + 9b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2) \\ &= (2a + 3b)\{(2a)^2 - (2a)(3b) + (3b)^2\} \\ &= (2a)^3 + (3b)^3 \\ &= 8a^3 + 27b^3 \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $8a^3 + 27b^3$

২। $27a^3 - 8$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= 27a^3 - 8 \\ &= (3a)^3 - (2)^3 \\ &= (3a - 2)\{(3a)^2 + 3a \cdot 2 + (2)^2\} \\ &= (3a - 2)(9a^2 + 6a + 4) \end{aligned}$$

অনুশীলনী ৪.২

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর ঘন নির্ণয় কর :

(ক) $3x + y$ (খ) $x^2 + y$ (গ) $5p + 2q$ (ঘ) $a^2b + c^2d$ (ঙ) $6p - 7$

(চ) $ax - by$ (ছ) $2p^2 - 3r^2$ (জ) $x^3 + 2$ (ঝ) $2m + 3n - 5p$

(ঞ) $x^2 - y^2 + z^2$ (ট) $a^2b^2 - c^2d^2$ (ঠ) $a^2b - b^3c$ (ড) $x^3 - 2y^3$

(ঢ) $11a - 12b$ (ণ) $x^3 + y^3$

(ক) $3x + y$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x + y)^3 &= (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times y + 3 \times (3x) \times (y)^2 + (y)^3 \\ &= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times y + 3 \times 3x \times y^2 + y^3 \\ &= 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3\end{aligned}$$

(খ) $x^2 + y$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x^2 + y)^3 &= (x^2)^3 + 3 \times (x^2)^2 \times y + 3 \times (x^2) \times (y)^2 + (y)^3 \\ &= x^6 + 3 \times x^4 \times y + 3 \times x^2 \times y^2 + y^3 \\ &= x^6 + 3x^4y + 3x^2y^2 + y^3\end{aligned}$$

(গ) $5p + 2q$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(5p + 2q)^3 &= (5p)^3 + 3 \times (5p)^2 \times 2q + 3 \times (5p) \times (2q)^2 + (2q)^3 \\ &= 125p^3 + 3 \times 25p^2 \times 2q + 3 \times 5p \times 4q^2 + 8q^3 \\ &= 125p^3 + 150p^2q + 60pq^2 + 8q^3\end{aligned}$$

(ঘ) $a^2b + c^2d$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(a^2b + c^2d)^3 &= (a^2b)^3 + 3 \times (a^2b)^2 \times c^2d + 3 \times (a^2b) \times (c^2d)^2 + (c^2d)^3 \\ &= a^6b^3 + 3 \times a^4b^2 \times c^2d + 3 \times a^2b \times c^4d^2 + c^6d^3 \\ &= a^6b^3 + 3a^4b^2c^2d + 3a^2bc^4d^2 + c^6d^3\end{aligned}$$

(ঙ) $6p - 7$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(6p - 7)^3 &= (6p)^3 - 3 \times (6p)^2 \times 7 + 3 \times (6p) \times (7)^2 - (7)^3 \\ &= 216p^3 - 3 \times 36p^2 \times 7 + 3 \times 6p \times 49 - 343 \\ &= 216p^3 - 756p^2q + 882pq^2 - 343\end{aligned}$$

(চ) $ax - by$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(ax - by)^3 &= (ax)^3 - 3 \times (ax)^2 \times by + 3 \times (ax) \times (by)^2 - (by)^3 \\ &= a^3x^3 - 3 \times a^2x^2 \times by + 3 \times ax \times b^2y^2 - b^3y^3 \\ &= a^3x^3 - 3a^2bx^2y + 3ab^2xy^2 - b^3y^3\end{aligned}$$

(ছ) $2p^2 - 3r^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2p^2 - 3r^2)^3 &= (2p^2)^3 - 3 \times (2p^2)^2 \times 3r^2 + 3 \times (2p^2) \times (3r^2)^2 - (3r^2)^3 \\ &= 8p^6 - 3 \times 4p^4 \times 3r^2 + 3 \times 2p^2 \times 9r^4 - 27r^6 \\ &= 8p^6 - 36p^4r^2 + 54p^2r^4 - 27r^6\end{aligned}$$

(জ) $x^3 + 2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x^3 + 2)^3 &= (x^3)^3 + 3 \times (x^3)^2 \times 2 + 3 \times (x^3) \times (2)^2 + (2)^3 \\ &= x^9 + 3 \times x^6 \times 2 + 3 \times x^3 \times 4 + 8 \\ &= x^9 + 6x^6 + 12x^3 + 8\end{aligned}$$

(ঝ) $2m + 3n - 5p$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2m + 3n - 5p)^3 &= \{(2m + 3n) - (5p)\}^3 \\ &= (2m + 3n)^3 - 3 \times (2m + 3n)^2 \times (5p) + 3 \times (2m + 3n) \times (5p)^2 - (5p)^3 \\ &= \{(2m)^3 + 3 \times (2m)^2 \times 3n + 3 \times (2m) \times (3n)^2 + (3n)^3\} \\ &\quad - 15p \times \{(2m)^2 + 2 \times 2m \times 3n + (3n)^2\} + 3 \times (2m + 3n) \times 25p^2 - 125p^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 8m^3 + 9n \times 4m^2 + 6m \times 9n^2 + 27n^3 - 15p \times \{4m^2 - 12mn + 9n^2\} \\
 &\quad + 75p^2 \times (2m + 3n) - 125p^3 \\
 &= 8m^3 + 36nm^2 + 54mn^2 + 27n^3 - 60pm^2 + 180mnp - 135n^2p \\
 &\quad + 150mp^2 + 225np^2 - 125p^3 \\
 &= 8m^3 + 27n^3 - 125p^3 + 36nm^2 - 60pm^2 + 54mn^2 + 150mp^2 - 135n^2p + 225np^2 - 180mnp
 \end{aligned}$$

(এ) $x^2 - y^2 + z^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 &(x^2 - y^2 + z^2)^3 \\
 &= \{(x^2 - y^2) + (z^2)\}^3 \\
 &= (x^2 - y^2)^3 + 3(x^2 - y^2)^2 z^2 + 3(x^2 - y^2)(z^2)^2 + (z^2)^3 \\
 &= \{(x^2)^3 - 3(x^2)^2 y^2 + 3x^2(y^2)^2 - (y^2)^3\} + 3(x^2 - y^2)^2 z^2 + 3(x^2 - y^2)(z^2)^2 + (z^2)^3 \\
 &= x^6 - 3x^4 y^2 + 3x^2 y^4 - y^6 + 3z^2 \{(x^2)^2 - 2x^2 y^2 + (y^2)^2\} + 3z^4(x^2 - y^2) + z^6 \\
 &= x^6 - 3x^4 y^2 + 3x^2 y^4 - y^6 + 3x^4 z^2 - 6x^2 y^2 z^2 + 3y^6 z^2 + 3z^4 x^2 - 3z^4 y^2 + z^6 \\
 &= x^6 - y^6 + z^6 - 3x^4 y^2 + 3x^2 y^4 + 3x^4 z^2 - 6x^2 y^2 z^2 + 3y^6 z^2 + 3x^2 z^4 - 3y^2 z^4
 \end{aligned}$$

(ট) $a^2 b^2 - c^2 d^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 (a^2 b^2 - c^2 d^2)^3 &= (a^2 b^2)^3 - 3 \times (a^2 b^2)^2 \times c^2 d^2 + 3 \times (a^2 b^2) \times (c^2 d^2)^2 - (c^2 d^2)^3 \\
 &= a^6 b^6 - 3a^4 b^4 c^2 d^2 + 3a^2 b^2 c^4 d^4 - c^6 d^6
 \end{aligned}$$

(ঠ) $a^2 b - b^3 c$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 (a^2 b - b^3 c)^3 &= (a^2 b)^3 - 3 \times (a^2 b)^2 \times b^3 c + 3 \times (a^2 b) \times (b^3 c)^2 - (b^3 c)^3 \\
 &= a^6 b^3 - 3a^4 b^2 b^3 c + 3a^2 b b^6 c^2 - b^9 c^3 \\
 &= a^6 b^3 - 3a^4 b^5 c + 3a^2 b^7 c^2 - b^9 c^3
 \end{aligned}$$

(ড) $x^3 - 2y^3$

সমাধান :

$$(x^3 - 2y^3)^3 = (x^3)^3 - 3 \times (x^3)^2 \times 2y^3 + 3 \times (x^3) \times (2y^3)^2 - (2y^3)^3 \\ = x^9 - 6x^6y^3 + 12x^3y^6 - 8y^9$$

(ঢ) $11a - 12b$

সমাধান :

$$(11a - 12b)^3 = (11a)^3 - 3 \times (11a)^2 \times 12b + 3 \times (11a) \times (12b)^2 - (12b)^3 \\ = 1331a^3 - 4356a^2b + 4752ab^2 - 1728b^3$$

(ণ) $x^3 + y^3$

সমাধান :

$$(x^3 + y^3)^3 = (x^3)^3 + 3 \times (x^3)^2 \times y^3 + 3 \times (x^3) \times (y^3)^2 + (y^3)^3 \\ = x^9 + 3x^6y^3 + 3x^3y^6 + y^9$$

২। সরল কর :

(ক) $(3x + y)^3 + 3(3x + y)^2(3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3$

(খ) $(2p + 5q)^3 + 3(2p + 5q)^2(5q - 2p) + 3(2p + 5q)(5q - 2p)^2 + (5q - 2p)^3$

(গ) $(x + 2y)^3 - 3(x + 2y)^2(x - 2y) + 3(x + 2y)(x - 2y)^2 - (x - 2y)^3$

(ঘ) $(6m + 2)^3 - 3(6m + 2)^2(6m - 4) + 3(6m + 2)(6m - 4)^2 + (6m - 4)^3$

(ঙ) $(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

(ক) $(3x + y)^3 + 3(3x + y)^2(3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3$

সমাধান :

ধরি, $3x + y = a$

এবং $3x - y = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ = (a + b)^3 \\ = (3x + y + 3x - y)^3 \\ = (6x)^3 \\ = 216x^3$$

(খ) $(2p + 5q)^3 + 3(2p + 5q)^2(5q - 2p) + 3(2p + 5q)(5q - 2p)^2 + (5q - 2p)^3$

সমাধান :

ধরি, $2p + 5q = a$

এবং $5q - 2p = b$

$$\therefore a + b = 2p + 5q + 5q - 2p \\ = 10q$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ = (a + b)^3 \\ = (10q)^3 \\ = 1000q^3$$

(গ) $(x + 2y)^3 - 3(x + 2y)^2(x - 2y) + 3(x + 2y)(x - 2y)^2 - (x - 2y)^3$

সমাধান :

ধরি, $x + 2y = a$

এবং $x - 2y = b$

$$\therefore a - b = (x + 2y) - (x - 2y) \\ = x + 2y - x + 2y \\ = 4y$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ = (a - b)^3 \\ = (4y)^3 \\ = 64y^3$$

(ঘ) $(6m + 2)^3 - 3(6m + 2)^2(6m - 4) + 3(6m + 2)(6m - 4)^2 + (6m - 4)^3$

সমাধান :

ধরি, $6m + 2 = a$

এবং $6m - 4 = b$

$$\therefore a - b = (6m + 2) - (6m - 4) \\ = 6m + 2 - 6m + 4 \\ = 6$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ &= (a - b)^3 \\ &= (6)^3 \\ &= 216\end{aligned}$$

(ঙ) $(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned}&(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2) \\ &= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 3 \times 2x \times (x - y)(x + y)\end{aligned}$$

ধরি, $x - y = a$

এবং $x + y = b$

$$\begin{aligned}\therefore a + b &= x - y + x + y \\ &= 2x \\ &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 3 \times 2x \times (x - y)(x + y) \\ &= a^3 + b^3 + 3(a + b)ab \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\ &= (a + b)^3 \\ &= (2x)^3 \\ &= 8x^3\end{aligned}$$

৩। $a + b = 8$ এবং $ab = 15$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a + b = 8$

এবং $ab = 15$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 \\ &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (8)^3 - 3 \times 15 \times 8 \\ &= 512 - 360 \\ &= 152\end{aligned}$$

৪। $x + y = 2$ হলে, দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x + y = 2$

দেখাতে হবে যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

বামপক্ষ $x^3 + y^3 + 6xy$

$$= x^3 + y^3 + 3xy \cdot 2$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) [\because 2 = x + y]$$

$$= (x + y)^3$$

$$= (2)^3$$

$$= 8$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore x^3 + y^3 + 6xy = 8 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

৫। $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $8x^3 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $2x + 3y = 13$

এবং $xy = 6$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = 8x^3 + 27y^3$$

$$= (2x)^3 + (3y)^3$$

$$= (2x + 3y)^3 - 3 \times 2x \times 3y \times (2x + 3y)$$

$$= (13)^3 - 18xy(13)$$

$$= (13)^3 - 18 \times 6 \times 13$$

$$= 2197 - 1404$$

$$= 793$$

নির্ণেয় মান 793.

৬। $p - q = 5$, $pq = 3$ হলে, $p^3 - q^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $p - q = 5$

এবং $pq = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= p^3 - q^3 \\ &= (p - q)^3 + 3pq(p - q) \\ &= (5)^3 + 3 \times 3 \times (5) \\ &= 125 + 45 \\ &= 170\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 170.

৭। $x - 2y = 3$ হলে, $x^3 - 8y^3 - 18xy$ এর মান নির্ণয় কর?

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - 2y = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - 8y^3 - 18xy \\ &= (x)^3 - (2y)^3 - 3 \times (x) \times (2y) \times 3 \\ &= (x)^3 - (2y)^3 - 3 \times x \times (2y)(x - 2y) [\because 3 = x - 2y] \\ &= (x - 2y)^3 \\ &= (3)^3 \\ &= 27\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 27.

৮। $4x - 3 = 5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $64x^3 - 27 - 180x = 125$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $4x - 3 = 5$

প্রমাণ করতে হবে যে, $64x^3 - 27 - 180x = 125$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= 64x^3 - 27 - 180x \\ &= (4x)^3 - (3)^3 - 180x \\ &= (4x - 3)^3 + 3.4x.3(4x - 3) - 180x \\ &= (5)^3 + 36x.(5) - 180x\end{aligned}$$

$$= 125 + 180x - 180x$$

$$= 125$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রামাণিত)

৯। $a = -3$ এবং $b = 2$ হলে, $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = -3$

এবং $b = 2$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3 \\ &= (2a)^3 + 3.(2a)^2.3b + 3.2a.(3b)^2 + (3b)^3 \\ &= (2a + 3b)^3 \\ &= \{2(-3) + 3(2)\}^3 \\ &= (-6 + 6)^3 \\ &= (0)^3 \\ &= 0\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 0.

১০। $a = 7$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = 7$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + 6a^2 + 12a + 1 \\ &= (a)^3 + 3.(a)^2.2 + 3.a.(2)^2 + (2)^3 - 7 \\ &= (a + 2)^3 - 7 \\ &= \{7 + 2\}^3 - 7 \\ &= (9)^3 - 7 \\ &= 729 - 7 \\ &= 722\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 722.

১১। $x = 5$ হলে, $x^3 - 12x + 48x - 64$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = 5$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - 12x + 48x - 64 \\ &= (x)^3 - 3.(x)^2.4 + 3.x.(4)^2 - (4)^3 \\ &= (x - 4)^3 \\ &= \{5 - 4\}^3 \\ &= (1)^3 \\ &= 1\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 1.

১২। $a^2 + b^2 = c^2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = c^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 \\ &= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2 \\ &= (a^2 + b^2)^3 - 3a^2.b^2(a^2 + b^2) + 3a^2b^2c^2 \\ &= (c^2)^3 - 3a^2.b^2(c^2) + 3a^2b^2c^2 \\ &= c^6 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রামাণিত)

১৩। $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 4$

প্রমাণ করতে হবে যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= x^3 + \frac{1}{x^3} \\ &= (x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= (4)^3 - 3(4) \\ &= 64 - 12 \\ &= 52 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রামাণিত)

১৪। $a - \frac{1}{a} = 5$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 4$

প্রদত্ত রাশি = $a^3 - \frac{1}{a^3}$

$$\begin{aligned}&= (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3 \\ &= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= (5)^3 + 3(5) \\ &= 125 + 15 \\ &= 140\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 140.

১৫। সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ (খ) $(ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2)$

(গ) $(2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1)$ (ঘ) $(x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2)$

(ঙ) $(7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2)$ (চ) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1)$

(ছ) $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$

(জ) $(5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)$

(ক) $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4) \\ &= (a^2 + b^2)\{(a^2)^2 - a^2b^2 + (b^2)^2\} \\ &= (a^2)^3 + (b^2)^3 \\ &= a^6 + b^6 \end{aligned}$$

(খ) $(ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2) \\ &= (ax - by)\{(ax)^2 + abxy + (by)^2\} \\ &= (ax)^2 + (by)^2 \\ &= a^2x^2 + b^2y^2 \end{aligned}$$

(গ) $(2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1) \\ &= (2ab^2 - 1)\{(2ab^2)^2 + 2ab^2 \cdot 1 + (1)^2\} \\ &= (2ab^2)^3 - (1)^3 \\ &= 8a^3b^6 - 1 \end{aligned}$$

(ঘ) $(x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2) \\ &= (x^2 + a)\{(x^2)^2 - x^2 \cdot a + (a)^2\} \\ &= (x^2)^3 + (a)^3 \\ &= x^6 + a^3 \end{aligned}$$

(ঙ) $(7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2) \\ &= (7a + 4b)\{(7a)^2 - 7a \times 4b + (4b)^2\} \\ &= (7a)^3 + (4b)^3 \\ &= 343a^3 + 64b^3 \end{aligned}$$

(চ) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1) \\ &= (2a - 1)\{(2a)^2 + 2a \times 1 + (1)^2\}(8a^3 + 1) \\ &= \{(2a)^3 - (1)^3\}(8a^3 + 1) \\ &= (8a^3 - 1)(8a^3 + 1) \\ &= (8a^3)^2 - (1)^2 \\ &= 64a^6 - 1 \end{aligned}$$

(ছ) $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2) \\ &= (x^3 + a^3)(x^3 - a^3) \\ &= (x^3)^2 - (a^3)^2 \\ &= x^6 - a^6 \end{aligned}$$

$$(জ) (5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (5a + 3b)\{(5a)^2 - 5a \times 3b + (3b)^2\}\{125a^3 - 27b^3\} \\ & = \{(5a)^3 - (3b)^3\}(125a^3 - 27b^3) \\ & = (125a^3 + 27b^3)(125a^3 - 27b^3) \\ & = (125a^3)^2 - (27b^3)^2 \\ & = 15625a^6 - 729b^6 \end{aligned}$$

১৬। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

(ক) $a^3 + 8$

(ঘ) $8x^3 + 1$

(ছ) $27a^3b^3 + 64b^3c^3$

(খ) $8x^3 + 343$

(ঙ) $64a^3 + 125b^3$

(জ) $56x^3 - 189y^3$

(গ) $8a^4 + 27ab^3$

(চ) $729a^3 - 64b^3c^6$

(ক) $a^3 + 8$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^3 + 8 \\ & = (a)^3 + (2)^3 \\ & = (a + 2)\{(a)^2 - a \times 2 + (2)^2\} \\ & = (a + 2)(a^2 - 2a + 4) \end{aligned}$$

(গ) $8a^4 + 27ab^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 8a^4 + 27ab^2 \\ & = a(8a^3 + 27b^3) \\ & = a\{(2a)^3 + (3b)^3\} \\ & = a(2a + 3)\{(2a)^2 - 2a \times 3 + (3)^2\} \\ & = a(2a + 3)(4a^2 - 6a + 9) \end{aligned}$$

(খ) $8x^3 + 343$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 8x^3 + 343 \\ & = (2x)^3 + (7)^3 \\ & = (x + 7)\{(2x)^2 - 2x \times 7 + (7)^2\} \\ & = (x + 7)(4x^2 - 14x + 49) \end{aligned}$$

(ঘ) $8x^3 + 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 8x^3 + 1 \\ & = (2x)^3 + (1)^3 \\ & = (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x \times 1 + (1)^2\} \\ & = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) \end{aligned}$$

(ঙ) $64a^3 + 125b^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 64a^3 + 125b^3 \\ &= (4a)^3 + (5b)^3 \\ &= (4a + 5b)\{(4a)^2 - 4a \times 5b + (5b)^2\} \\ &= (4a + 5b)(16a^2 - 20ab + 25b^2) \end{aligned}$$

(ছ) $27a^3b^3 + 64b^3c^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 27a^3b^3 + 64b^3c^3 \\ &= b^3\{(3a)^3 + (4c)^3\} \\ &= b^3(3a + 4c)\{(3a)^2 - 3a \times 4c + (4c)^2\} \\ &= b^3(3a + 4c)(9a^2 - 12ac + 16c^2) \end{aligned}$$

(চ) $729a^3 - 64b^3c^6$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 729a^3 - 64b^3c^6 \\ &= (9a)^3 - (4bc^2)^3 \\ &= (9a - 4bc^2)\{(9a)^2 + 9a \times 4bc^2 + (4bc^2)^2\} \\ &= (9a - 4bc^2)(81a^2 + 36abc^2 + 16b^2c^4) \end{aligned}$$

(জ) $56x^3 - 189y^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 56x^3 - 189y^3 \\ &= 7(8x^3 - 27y^3) \\ &= 7\{(2x)^3 - (3y)^3\} \\ &= 7(2x - 3y)\{(2x)^2 + 2x \times 3y + (3y)^2\} \\ &= 7(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) \end{aligned}$$

চতুর্থ অধ্যায় 4-3 উৎপাদকে বিশ্লেষণ

উদাহরণ ১। $x^2 + 5x + 6$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি 5 এবং গুণফল 6।

6 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (1, 6) ও (2, 3)।

এদের মধ্যে (2, 3) জোড়াটির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি $3 + 2 = 5$ ও $2 \times 3 = 6$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 5x + 6 &= x^2 + 2x + 3x + 6 \\ &= x(x + 2) + 3(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 3)\end{aligned}$$

উদাহরণ ২। $x^2 - 15x + 54$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি -15 এবং গুণফল 54। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ঋণাত্মক, কিন্তু গুণফল ধনাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি উভয়ই ঋণাত্মক হবে।

54 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (-1, -54), (-2, -27), (-3, -18), (-6, -9)।

এদের মধ্যে (-6, -9) জোড়াটির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি $= -6 + -9 = -15$ এবং এদের গুণফল $(-6) \times (-9) = 54$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 - 15x + 54 &= x^2 - 6x - 9x + 54 \\ &= x(x - 6) - 9(x - 6) \\ &= (x - 6)(x - 9)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। $x^2 + 2x - 15$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি 2 এবং গুণফল (-15)। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ধনাত্মক, কিন্তু গুণফল ঋণাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি মধ্যে যে সংখ্যার পরম মান বড় সেই সংখ্যাটি ধনাত্মক, আর যে সংখ্যার পরম মান ছোট সে সংখ্যাটি ঋণাত্মক হবে।

(-15) এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (-1, 15), (-3, 5)।

এদের মধ্যে (-3, 5) এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি $= -3 + 5 = 2$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 2x - 15 &= x^2 + 5x - 3x - 15 \\ &= x(x + 5) - 2(x + 5) \\ &= (x + 5)(x - 2)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৪। $x^2 - 3x - 28$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি (-3) এবং গুণফল (-28) । এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ঋণাত্মক, কিন্তু গুণফল ঋণাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি মধ্যে যে সংখ্যার পরম মান বড় সেই সংখ্যাটি ঋণাত্মক, আর যে সংখ্যার পরম মান ছোট সে সংখ্যাটি ধনাত্মক হবে।

(-28) এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে $(-1, -28)$, $(2, -14)$ ও $(4, -14)$ ।

এদের মধ্যে $(-3, 5)$ এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি $= -3 + 5 = 2$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 2x - 15 &= x^2 + 5x - 3x - 15 \\ &= x(x + 5) - 2(x + 5) \\ &= (x + 6)(x - 2)\end{aligned}$$

কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। $x^2 - 18x + 72$ ২। $x^2 - 9x - 36$ ৩। $x^2 - 23x + 132$

১। $x^2 - 18x + 72$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 18x + 72 \\ &= x^2 - 12x - 6x + 72 \\ &= x(x - 12) - 6(x - 12) \\ &= (x - 12)(x - 6)\end{aligned}$$

২। $x^2 - 9x - 36$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 9x - 36 \\ &= x^2 - 12x + 3x - 36 \\ &= x(x - 12) + 3(x - 12) \\ &= (x - 12)(x + 3)\end{aligned}$$

৩। $x^2 - 23x + 132$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 23x + 132 \\ &= x^2 - 12x - 11x + 132 \\ &= x(x - 12) - 11(x - 12) \\ &= (x - 12)(x - 11)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। $2x^2 + 9x + 10$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $2 \times 10 = 20$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $4 \times 5 = 20$ এবং $4 + 5 = 9$

$$\begin{aligned}\therefore 2x^2 + 9x + 10 &= 2x^2 + 4x + 5x + 10 \\ &= 2x(x + 2) + 5(x + 2) \\ &= (x + 2)(2x + 5)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৬। $3x^2 + x - 10$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-10) = -30$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $(-5) \times 6 = -30$ এবং $-5 + 6 = 1$

$$\begin{aligned}\therefore 3x^2 + x - 10 &= 3x^2 - 5x + 6x - 10 \\ &= x(3x - 5) + 2(3x - 5) \\ &= (3x - 5)(x + 2)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৭। $4x^2 - 23x + 33$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $4 \times 33 = 132$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $(-11) \times (-12) = 132$ এবং $(-11) + (-12) = -23$

$$\begin{aligned}\therefore 4x^2 - 23x + 33 &= 4x^2 - 11x - 12x + 33 \\ &= x(4x - 11) - 3(4x - 11) \\ &= (4x - 11)(x - 3)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৮। $9x^2 - 9x - 4$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $9 \times (-4) = -36$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $3 \times (-12) = -36$ এবং $3 + (-12) = -9$

$$\begin{aligned}\therefore 9x^2 - 9x - 4 &= 9x^2 - 12x + 3x - 4 \\ &= 3x(3x - 4) + 1(3x - 4) \\ &= (3x - 4)(3x + 1)\end{aligned}$$

কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। $8x^2 + 18x + 9$ ২। $27x^2 + 15x + 2$ ৩। $2a^2 - 6a - 20$

১। $8x^2 + 18x + 9$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 8x^2 + 18x + 9 \\ &= 8x^2 + 12x + 6x + 9 \\ &= 4x(2x + 3) + 3(2x + 3) \\ &= (2x + 3)(4x + 3)\end{aligned}$$

২। $27x^2 + 15x + 2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 27x^2 + 15x + 2 \\ &= 27x^2 + 9x + 6x + 2 \\ &= 9x(3x + 1) + 2(3x + 1) \\ &= (3x + 1)(9x + 2)\end{aligned}$$

৩। $2a^2 - 6a - 20$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 2a^2 - 6a - 20 \\ &= 2a^2 - 10a + 4a - 20 \\ &= 2a(a - 5) + 4(a - 5) \\ &= (a - 5)(2a + 4) \\ &= 2(a - 5)(a + 2)\end{aligned}$$

অনুশীলনী ৪.৩

১। $3x - 75x^3$

২। $4x^2 - y^2$

৩। $3ay^2 - 48a$

৪। $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

৫। $16y^2 - a^2 - 6a - 9$

৬। $8a + ap^3$

৭। $2a^3 + 16b^3$

৮। $x^2 + y^2 - 2xy - 1$

৯। $a^2 - 2ab + 2b - 1$

১০। $x^4 - 6x^2 + 1$

১১। $36 - 12x + x^2$

১২। $x^6 - y^6$

১৩। $(x - y)^3 + z^3$

১৪। $64x^3 - 8y^3$

১৫। $x^2 + 14x + 40$

১৬। $x^2 + 7x - 120$

১৭। $x^2 - 51x + 650$

১৮। $a^2 + 7ab + 12b^2$

১৯। $p^2 + 2pq - 80b^2$

২০। $x^2 - 3xy - 40y^2$

২১। $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$

- ২২। $(a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$ ২৩। $(a^2 + 7a)^2 - 8(a^2 + 7a) - 180$
২৪। $x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$ ২৫। $6x^2 - x - 15$
২৬। $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$ ২৭। $3x^2 + 11x - 4$
২৮। $3x^2 - 16x - 12$ ২৯। $2x^2 - 9x - 35$ ৩০। $2x^2 - 5xy + 2y^2$
৩১। $x^3 - 8(x - y)^3$ ৩২। $10p^2 + 11pq - 6q^2$ ৩৩। $2(x + y)^2 - 3(x + y) - 2$
৩৪। $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$ ৩৫। $15x^2 - 11xy - 12y^2$ ৩৬। $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$

১। $3x - 75x^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 3x - 75x^3 \\ &= 3x(1 - 25x^2) \\ &= 3x\{(1) - (5x)^2\} \\ &= 3x(1 + 5x)(1 - 5x) \end{aligned}$$

৩। $3ay^2 - 48a$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 3ay^2 - 48a \\ &= 3a(y^2 - 16) \\ &= 3a\{(y)^2 - (4)^2\} \\ &= 3a(y + 4)(y - 4) \end{aligned}$$

৫। $16y^2 - a^2 - 6a - 9$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 16y^2 - a^2 - 6a - 9 \\ &= (4y)^2 - (a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2) \\ &= (4y)^2 - (a + 3)^2 \\ &= \{4y + (a + 3)\} \{4y - (a + 3)\} \\ &= (4y + a + 3)(4y - a - 3) \end{aligned}$$

২। $4x^2 - y^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 4x^2 - y^2 \\ &= (2x)^2 - (y)^2 \\ &= (2x + y)(2x - y) \end{aligned}$$

৪। $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^2 - 2ab + b^2 - p^2 \\ &= (a - b)^2 - p^2 \\ &= (a - b + p)(a - b - p) \end{aligned}$$

৬। $8a + ap^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 8a + ap^3 \\ &= a(8 + p^3) \\ &= a(2)^3 + (p)^3 \\ &= a(2 + p)(2^2 + 2 \cdot p + p^2) \\ &= a(2 + p)(4 + 2p + p^2) \end{aligned}$$

৭। $2a^3 + 16b^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 2a^3 + 16b^3 \\ &= 2(a^3 + 8b^3) \\ &= 2\{(a)^3 + (2b)^3\} \\ &= 2(a + 2b)\{(a)^2 + a.2b + (2b)^2\} \\ &= 2(a + 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2) \end{aligned}$$

৯। $a^2 - 2ab + 2b - 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^2 - 2ab + 2b - 1 \\ &= (a^2 - 1) - 2b(a - 1) \\ &= (a + 1)(a - 1) - 2b(a - 1) \\ &= (a - 1)(a + 1 - 2b) \end{aligned}$$

১১। $36 - 12x + x^2$

সমাধান :

এখানে, $36 \times 1 = 36$

এখন, $(-6) \times (-6) = 36$ এবং $-6 + (-6) = -12$

$$\begin{aligned} & 36 - 12x + x^2 \\ &= x^2 - 6x - 6x + 36 \\ &= x(x - 6) - 6(x - 6) \\ &= (x - 6)(x - 6) \\ &= (x - 6)^2 \end{aligned}$$

১৩। $(x - y)^3 + z^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x - y)^3 + z^3 \\ &= \{(x - y) + z\}\{(x - y)^2 - (x - y)z + z^2\} \\ &= (x - y + z)(x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz + z^2) \\ &= (x - y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + yz - xz) \end{aligned}$$

৮। $x^2 + y^2 - 2xy - 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 2xy - 1 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 - 1 \\ &= (x - y)^2 - (1)^2 \\ &= (x - y + 1)(x - y - 1) \end{aligned}$$

১০। $x^4 - 6x^2 + 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^4 - 6x^2 + 1 \\ &= (x^2)^2 - 2.x^2.1 + 1^2 - 4x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 - 1 + 2x)(x^2 - 1 - 2x) \\ &= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \end{aligned}$$

১২। $x^6 - y^6$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^6 - y^6 \\ &= (x^3)^2 - (y^3)^2 \\ &= (x^3 + y^3)(x^3 - y^3) \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2) \\ &= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) \end{aligned}$$

১৪। $64x^3 - 8y^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 64x^3 - 8y^3 \\ &= 8(8x^3 - y^3) \\ &= 8\{(2x)^3 - (y)^3\} \\ &= 8(2x - y)\{(2x)^2 + 2x.y + (y)^2\} \\ &= 8(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) \end{aligned}$$

১৫। $x^2 + 14x + 40$

সমাধান :

এখানে, $40 \times 1 = 40$

এখন, $4 \times 10 = 40$ এবং $4 + 10 = 14$

$$x^2 + 14x + 40$$

$$= x^2 + 4x + 10x + 40$$

$$= x(x + 4) + 10(x + 4)$$

$$= (x + 4)(x + 10)$$

১৬। $x^2 + 7x - 120$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-120) = -120$

এখন, $15 \times (-8) = -120$ এবং $-8 + 15 = 7$

$$x^2 + 7x - 120$$

$$= x^2 + 15x - 8x - 120$$

$$= x(x + 15) - 8(x + 15)$$

$$= (x + 15)(x - 8)$$

১৭। $x^2 - 51x + 650$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (650) = 650$

এখন, $(-26) \times (-25) = 650$

এবং $(-26) + (-25) = -51$

$$x^2 - 51x + 650$$

$$= x^2 - 26x - 25x + 650$$

$$= x(x - 26) - 25(x - 26)$$

$$= (x - 26)(x - 25)$$

১৮। $a^2 + 7ab + 12b^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times 12 = 12$

এখন, $4 \times 3 = 12$

এবং $3 + 4 = 7$

$$a^2 + 7ab + 12b^2$$

$$= a^2 + 3ab + 4ab + 12b^2$$

$$= a(a + 3b) + 4b(a + 3b)$$

$$= (a + 3b)(a + 4b)$$

১৯। $p^2 + 2pq - 80b^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-80) = -80$

এখন, $10 \times -8 = -80$

এবং $10 + (-8) = 2$

$$p^2 + 2pq - 80b^2$$

$$= p^2 + 10pq - 8pq - 80q^2$$

$$= p(p + 10q) - 8q(p + 10q)$$

$$= (p + 10q)(p - 8q)$$

২০। $x^2 - 3xy - 40y^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-40) = -40$

এখন, $5 \times -8 = -40$

এবং $(-8) + 5 = 3$

$$x^2 - 3xy - 40y^2$$

$$= x^2 - 8xy + 5xy - 40y^2$$

$$= x(x - 8y) - 5y(x - 8y)$$

$$= (x - 8y)(x - 5y)$$

$$২১। (x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$$

সমাধান :

$$\text{মনে করি, } (x^2 - x) = a$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = a^2 + 3a - 40$$

$$\text{এখানে, } 1 \times (-40) = -40$$

$$\text{এখন, } -5 \times 8 = -40 \text{ এবং } 8 + (-5) = 3$$

$$\text{এখন, } a^2 + 3a - 40$$

$$= a^2 + 8a - 5a - 40$$

$$= a(a + 8) - 5(a + 8)$$

$$= (a + 8)(a - 5)$$

$$= (x^2 - x + 8)(x^2 - x - 5)$$

$$২৩। (a^2 + 7a)^2 - 8(a^2 + 7a) - 180$$

সমাধান :

$$\text{মনে করি, } (a^2 + 7a) = x$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^2 - 8x - 180$$

$$\text{এখানে, } 1 \times (-180) = -180$$

$$\text{এখন, } -18 \times 10 = -180 \text{ এবং } -18 + 10 = 8$$

$$\text{এখন, } x^2 - 8x - 180$$

$$= x^2 - 18x + 10x - 180$$

$$= x(x - 18) + 10(x - 18)$$

$$= (x - 18)(x + 10)$$

$$= (a^2 + 7a - 18)(a^2 + 7a + 10)$$

$$= (a^2 + 9a - 2a - 18)(a^2 + 5a + 2a + 10)$$

$$= \{a(a + 9) - 2(a + 9)\}a(a + 5) + 2(a + 5)\}$$

$$= (a + 9)(a - 2)(a + 5)(a + 2)$$

$$= (a - 2)(a + 2)(a + 5)(a + 9)$$

$$২২। (a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$$

সমাধান :

$$\text{মনে করি, } (a^2 + b^2) = x$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^2 - 18x - 88$$

$$\text{এখানে, } 1 \times (-88) = -88$$

$$\text{এখন, } 4 \times -22 = -88 \text{ এবং } 4 + (-22) = 18$$

$$\text{এখন, } x^2 - 18x - 88$$

$$= x^2 - 22x + 4x - 88$$

$$= x(x - 22) + 4(x - 22)$$

$$= (x - 22)(x + 4)$$

$$= (a^2 + b^2 - 22)(a^2 + b^2 + 4)$$

$$২৪। x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$$

সমাধান :

$$x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$$

$$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 3ab + 2ab + 3b^2)$$

$$= x^2 + (3a + 4b)x + \{a(2a + 3b) + b(2a + 3b)\}$$

$$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a + 3b)(a + b)$$

$$= x^2 + (2a + 3b)x + (a + b)x + (2a + 3b)(a + b)$$

$$= x(x + 2a + 3b) + (a + b)(x + 2a + 3b)$$

$$= (x + 2a + 3b)(x + a + b)$$

$$= (x + a + b)(x + 2a + 3b)$$

২৫। $6x^2 - x - 15$

সমাধান :

এখানে, $6 \times (-15) = -90$

এখন, $9 \times -10 = -90$ এবং $9 + (-10) = -1$

এখন, $6x^2 - x - 15$

$= 6x^2 - 9x + 10x - 15$

$= 3x(2x - 3) + 5(x - 3)$

$= (2x - 3)(3x + 5)$

২৭। $3x^2 + 11x - 4$

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-4) = -12$

এখন, $12 \times -1 = -12$ এবং $12 + (-1) = 11$

এখন, $3x^2 + 11x - 4$

$= 3x^2 + 12x - x - 4$

$= 3x(x + 4) - 1(x + 4)$

$= (x + 4)(3x - 1)$

২৮। $3x^2 - 16x - 12$

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-12) = -36$

এখন, $(-18) \times 2 = -36$ এবং $-18 + 2 = 16$

এখন, $3x^2 - 16x - 12$

$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$

$= 3x(x - 6) - 2(x - 6)$

$= (x - 6)(3x - 2)$

৩০। $2x^2 - 5xy + 2y^2$

সমাধান : এখানে, $2 \times 2 = 4$

এখন, $(-4) \times (-1) = 4$ এবং $-4 - 1 = 5$

এখন, $2x^2 - 5xy + 2y^2$

$= 2x^2 - 4xy - xy + 2y^2$

$= 2x(x - 2y) - y(x - 2y)$

$= (x - 2y)(2x - y)$

২৬। $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

সমাধান :

$x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

$= x^2 - x - (a + 1)(a + 1 + 1)$

$= x^2 - x - m(m + 1)$ [$a + 1 = m$ ধরে]

$= x^2 - x - m^2 - m$

$= x^2 - m^2 - x - m$

$= x^2 - m^2 - x - m$

$= (x - m)(x + m) - 1(x + m)$

$= (x + m)(x - m - 1)$

$= (x + a + 1)\{x - (a + 1) - 1\}$

$= (x + a + 1)(x - a - 1 - 1)$

$= (x + a + 1)(x - a - 2)$

২৯। $2x^2 - 9x - 35$

সমাধান :

এখানে, $2 \times (-35) = -70$

এখন, $(-14) \times 5 = -70$ এবং $-14 + 5 = 9$

এখন, $2x^2 - 9x - 35$

$= 2x^2 - 14x + 5x - 35$

$= 2x(x - 7) + 5(x - 7)$

$= (x - 7)(2x + 5)$

৩১। $x^3 - 8(x - y)^3$

সমাধান :

$x^3 - 8(x - y)^3$

$= (x)^3 - \{2(x - y)\}^3$

$= (x)^3 - (2x - 2y)^3$

$= \{x - (2x - 2y)\} \{x^2 + x(2x - 2y) + (2x - 2y)^2\}$

$= (x - 2x + 2y) \{x^2 + 2x^2 - 2xy + (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 2y + (2y)^2\}$

$= (2y - x)(3x^2 - 2xy + 4x^2 - 8xy + 4y^2)$

$= (2y - x)(7x^2 - 10xy + 4y^2)$

৩২। $10p^2 + 11pq - 6q^2$

সমাধান :

এখানে, $-6 \times 10 = -60$

এখন, $15 \times -4 = -60$ এবং $15 + (-4) = 11$

এখন, $10p^2 + 11pq - 6q^2$
 $= 10p^2 + 15pq - 4pq - 6q^2$
 $= 5p(2p + 3q) - 2q(2p - 3q)$
 $= (2p + 3q)(5p - 2q)$

৩৪। $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান :

$ax^2 + (a^2 + 1)x + a$
 $= ax^2 + a^2x + x + a$
 $= ax(x + a) + 1(x + a)$
 $= (x + a)(ax + 1)$

৩৫। $15x^2 - 11xy - 12y^2$

সমাধান :

এখানে, $15 \times (-12) = -180$

এখন, $(-20) \times 9 = -180$ এবং $-20 + 9 = 11$

এখন, $15x^2 - 11xy - 12y^2$
 $= 15x^2 - 20xy + 9xy - 12y^2$
 $= 5x(3x - 4y) + 3y(3x - 4y)$
 $= (3x - 4y)(5x + 3y)$

৩৩। $2(x + y)^2 - 3(x + y) - 2$

সমাধান :

মনে করি, $(x + y) = a$

প্রদত্ত রাশি = $2a^2 - 3a - 2$

এখানে, $2 \times (-2) = -4$

এখন, $(-4) \times 1 = -4$ এবং $-4 + 1 = -3$

এখন, $2a^2 - 3a - 2$
 $= 2a^2 - 4a + a - 2$
 $= 2a(a - 2) + 1(a - 2)$
 $= (a - 2)(2a + 1)$
 $= (x + y - 2)(2x + 2y + 1)$

৩৬। $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$

সমাধান :

$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$
 $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - b^3$
 $= (a - b)^3 - b^3$
 $= (a - b - b)\{(a - b)^2 + (a - b).b + b^2\}$
 $= (a - b - b)(a^2 - 2ab + b^2 + ab - b^2 + b^2)$
 $= (a - 2b)(a^2 - ab + b^2)$

চতুর্থ অধ্যায় 4.4 বীজগণিতীয় রাশির গসা গু ও লসা গু

উদাহরণ ১। $9a^2bc$, $12a^2bc$, $15ab^2c$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$9, 12, 15 - \text{এর গ.সা.গু.} = 3$$

$$a^2, a^2, a - \text{এর গ.সা.গু.} = a$$

$$b^2, b, b^3 - \text{এর গ.সা.গু.} = b$$

$$c^2, c, c^2 - \text{এর গ.সা.গু.} = c \quad \text{নির্ণেয় গ.সা.গু.} = 3abc$$

উদাহরণ ২। $x^3 - 2x^2$, $x^2 - 4$, $xy - 2y$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\text{প্রথম রাশি } x^3 - 2x^2 = x^2(x - 2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি } x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি } xy - 2y = y(x - 2)$$

রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক $(x - 2)$ এবং এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতযুক্ত উৎপাদক $(x - 2)$

$$\text{সুতরাং, গ.সা.গু.} = (x - 2)$$

উদাহরণ ৩। $x^2y(x^3 - y^3)$, $x^2y^2(x^4 + x^2y^2 + y^4)$ এবং $x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\text{প্রথম রাশি } x^2y(x^3 - y^3)$$

$$x^2y(x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি } x^2y^2(x^4 + x^2y^2 + y^4)$$

$$= x^2y^2\{(x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2\}$$

$$= x^2y^2\{(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2\}$$

$$= x^2y^2(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$$

$$= x^2y^2(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি } x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$$

$$= xy^2(x^2 + xy + y^2)$$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক $xy(x^2 + xy + y^2)$

$$\text{সুতরাং, গ.সা.গু.} = xy(x^2 + xy + y^2)$$

কাজ : গ.সা.গু. নির্ণয় কর :

১। $15a^3b^2c^4$, $25a^2b^4c^3$, $20a^4b^3c^2$ এবং $20a^4b^3c^2$

২। $(x+2)^2$, (x^2+2x) এবং (x^2+5x+6)

৩। $6a^2+3ab$, $2a^2+5a-12$ এবং a^4-8a

১। $15a^3b^2c^4$, $25a^2b^4c^3$, $20a^4b^3c^2$ এবং $20a^4b^3c^2$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$15, 25, 20$ - এর গ.সা.গু. = 5

a^3, a^2, a^4 - এর গ.সা.গু. = a^2

b^2, b^4, b^3 - এর গ.সা.গু. = b^2

c^4, c^3, c^2 - এর গ.সা.গু. = c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $5a^2b^2c^2$

২। $(x+2)^2$, (x^2+2x) এবং (x^2+5x+6) এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি = $(x+2)^2$
= $(x+2)(x+2)$

দ্বিতীয় রাশি = (x^2+2x)
= $x(x+2)$

তৃতীয় রাশি = (x^2+5x+6)
= $x^2+3x+2x+6$
= $x(x+3)+2(x+3)$
= $(x+2)(x+3)$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক $(x+2)$

সুতরাং, গ.সা.গু. = $(x+2)$

৩। $6a^2 + 3ab$, $2a^2 + 5a - 12$ এবং $a^4 - 8a$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 6a^2 + 3ab \\ &= 3a(2a + b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 2a^2 + 5a - 12 \\ &= 2a^2 + 8a - 3a - 12 \\ &= 2a(a + 4) - 3(a - 4) \\ &= (a + 4)(2a - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 - 8a \\ &= a(a^3 - 8) \\ &= a(a^3 - 2^3) \\ &= a(a - 2)(a^2 + a \cdot 2 + 2^2) \\ &= a(a - 2)(a^2 + 2a + 4)\end{aligned}$$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক a
সুতরাং, গ.সা.গু. = a

উদাহরণ ৪। $4a^2bc$, $8ab^2c$, $6a^2b^2c$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, 4, 8 ও 6 এর ল.সা.গু. = 24

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^2, b^2c

সুতরাং, ল.সা.গু. = $24a^2b^2c$

উদাহরণ ৫। $x^3 + x^2y$, $x^2y + xy^2$, $x^3 + y^3$ এবং $(x + y)^3$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^3 + x^2y \\ &= x^2(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= xy(x + y) \\ &= xy(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^3 + y^3 \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2)\end{aligned}$$

$$\text{চতুর্থ রাশি} = (x + y)^3$$

$$= (x + y)(x + y)(x + y)$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = x^2 y(x + y)(x + y)(x + y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$= x^2 y(x + y)^2(x^3 + y^3)$$

$$\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} = x^2 y(x + y)^2(x^3 + y^3)$$

উদাহরণ ৬। $4(x^2 + ax)^2$, $6(x^3 - a^2x)$ এবং $14x^3(x^3 - a^3)$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\text{প্রথম রাশি} = 4(x^2 + ax)^2,$$

$$= 2 \times 2 \times x^2(x + a)^2$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 6(x^3 - a^2x)$$

$$= 2 \times 3 \times x(x^2 - a^2)$$

$$= 2 \times 3 \times x \times (x + a)(x - a)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি} = 14x^3(x^3 - a^3)$$

$$= 2 \times 7 \times x^3(x - a)(x^2 + ax + a^2)$$

$$\therefore \text{ল.সা.গু.} = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times x^3(x + a)^2(x - a)^3(x^2 + xa + a^2)$$

$$= 84x^3(x + a)^2(x^3 - a^3)$$

$$\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} = 84x^3(x + a)^2(x^3 - a^3)$$

কাজ : ল.সা.গু. নির্ণয় কর :

১। $5x^3y$, $10x^2y$, $20x^4y^2$

২। $x^2 - y^2$, $2(x + y)$, $2x^2y + 2xy^2$

৩। $a^3 - 1$, $a^3 + 1$, $a^4 + a^2 + 1$

১। $5x^3y$, $10x^2y$, $20x^4y^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$5, 10, 20 - \text{এর ল.সা.গু.} = 5$$

$$x^3, x^2, x^4 - \text{এর ল.সা.গু.} = x^2$$

$$y, y, y^2 - \text{এর ল.সা.গু.} = y$$

$$\text{নির্ণেয় ল.সা.গু.} = 10x^2y$$

২। $x^2 - y^2$, $2(x + y)$, $2x^2y + 2xy^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned} \text{প্রথম রাশি} &= x^2 - y^2 \\ &= (x + y)(x - y) \end{aligned}$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 2(x + y)$$

$$\begin{aligned} \text{তৃতীয় রাশি} &= 2x^2y + 2xy^2 \\ &= 2xy(x + y) \end{aligned}$$

$$\text{সুতরাং, নির্ণেয় ল.সা.গু.} = 2xy(x - y)$$

৩। $a^3 - 1$, $a^3 + 1$, $a^4 + a^2 + 1$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned} \text{প্রথম রাশি} &= a^3 - 1 \\ &= (a - 1)(a^2 + a \cdot 1 + 1^2) \\ &= (a - 1)(a^2 + a + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^3 + 1 \\ &= (a + 1)(a^2 - a \cdot 1 + 1^2) \\ &= (a + 1)(a^2 - a + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 + a^2 + 1 \\ &= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 1 + 1^2 - a^2 \\ &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= (a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a) \\ &= (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ল.সা.গু} &= (a-1)(a^2+a+1)(a+1)(a^2-a+1) \\ &= (a^3-1)(a^3+1) \\ &= (a^3)^2 - (1)^2 \\ &= a^6 - 1\end{aligned}$$

সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু. = $a^6 - 1$

অনুশীলনী ৪.৪

১। $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান নিচের কোনটি?

- (ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

২। 52 - এর বর্গ নিচের কোনটি?

- (ক) 2704 (খ) 2504 (গ) 2496 (ঘ) 2284

৩। $a^2 + 2a - 15$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?

- (ক) $(a+5)(a-3)$ (খ) $(a+3)(a+5)$ (গ) $(a-3)(a-5)$ (ঘ) $(a+3)(a+5)$

৪। $x^2 - 64$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?

- (ক) $(x-8)(x-8)$ (খ) $(x+8)(x+8)$ (গ) $(x+8)(x-8)$ (ঘ) $(x+4)(x-4)$

৫। $3a^2b^4c^3$, $12a^3b^2c$, $6a^4bc^2$ - এর গ.সা.গু নিচের কোনটি?

- (ক) $3a^2bc$ (খ) $3a^2b^2c$ (গ) $12abc$ (ঘ) $3abc$

৬। $a-b$, a^2-ab , a^2-b^2 - এর ল.সা.গু নিচের কোনটি?

- (ক) $a(a-b)$ (খ) $(a-b)$ (গ) $a(a^2-b^2)$ (ঘ) (a^2-b^2)

৭। $(x+8)(x-7)$ - এর গুণফল নিচের কোনটি?

- (ক) $x^2 + x - 56$ (খ) $x^2 - 15x + 56$ (গ) $x^2 + 15x - 36$ (ঘ) $x^2 - x + 56$

- ৮। (i) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$
(ii) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
(iii) $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

- ৯। (i) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
(ii) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$
(iii) $ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০। $x + y = 5$ ও $x - y = 3$ হলে,

(১) $x^2 + y^2$ এর মান কত?

- (ক) 15 (খ) 16 (গ) 17 (ঘ) 18

(২) xy এর মান কত?

- (ক) 10 (খ) 8 (গ) 6 (ঘ) 4

(৩) $x^2 - y^2$ এর মান কত?

- (ক) 13 (খ) 14 (গ) 15 (ঘ) 16

১১। $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে,

(১) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

- (ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 4

(২) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) 1

(খ) 2

(গ) 3

(ঘ) 4

(৩) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

(ক) 8

(খ) 6

(গ) 4

(ঘ) 2

গ.সা.গু. নির্ণয় কর (১২- ১৯) :

১২। $36a^2b^2c^4d^5$, $54a^5c^2d^4$ এবং $90a^4b^3c^2$

সমাধান :

$36, 54, 90$ - এর গ.সা.গু. = 18

এবং $a^2b^2c^4d^5$, $a^5c^2d^4$ ও $a^4b^3c^2$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 ও c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $18a^2c^2$

১৩। $20x^3y^2a^3b^4$, $15x^4y^3a^4b^3$ এবং $35x^2y^4a^3b^2$

সমাধান :

$20, 15, 35$ - এর গ.সা.গু. = 5

এবং $x^3y^2a^3b^4$, $x^4y^3a^4b^3$ ও $x^2y^4a^3b^2$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2a^3b^2$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $5x^2y^2a^3b^2$

১৪। $15x^2y^3z^4a^3$, $12x^3y^2z^3a^4$ এবং $27x^3y^4z^5a^7$

সমাধান :

$15, 12, 27$ - এর গ.সা.গু. = 3

এবং $x^2y^3z^4a^3$, $x^3y^2z^3a^4$ ও $x^3y^4z^5a^7$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2z^3a^3$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $3x^2y^2z^3a^3$

১৫। $18a^3b^4c^5$, $42a^4c^3d^4$, $60b^3c^4d^5$ এবং $78a^2b^4c^4d^3$

সমাধান :

18, 42, 60, ও 78 - এর গ.সা.গু. = 6

এবং $a^3b^4c^5$, $a^4c^3d^4$, $b^3c^4d^5$ ও $a^2b^4c^4d^3$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত নেই।

নির্ণেয় গ.সা.গু. = 6

১৬। $x^2 - 3x$, $x^2 - 9$ এবং $x^2 - 4x + 3$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি = $x^2 - 3x$
= $x(x - 3)$

দ্বিতীয় রাশি = $x^2 - 9$
= $(x)^2 - (3)^2$
= $(x + 3)(x - 3)$

তৃতীয় রাশি = $x^2 - 4x + 3$
= $x^2 - 3x - x + 3$
= $x(x - 3) - 2(x - 3)$
= $(x - 2)(x - 3)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(x - 3)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $(x - 3)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. = $x - 3$

১৭। $18(x + y)^3$, $24(x + y)^2$ এবং $32(x^2 - y^2)$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি = $18(x + y)^3$
= $2.3.3.(x + y)(x + y)(x + y)$

দ্বিতীয় রাশি = $24(x + y)^2$
= $2.2.2.3.(x + y)(x + y)$
= $(x + 3)(x - 3)$

তৃতীয় রাশি = $32(x^2 - y^2)$
= $2.2.2.2.2.(x + y)(x - y)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $2(x + y)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $2(x + y)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. = $2(x + y)$

১৮। $a^2b(a^3 - b^3)$, $a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$ এবং $a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^2b(a^3 - b^3) \\ &= a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\ &= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - (ab)^2\} \\ &= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\} \\ &= a^2b^2(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 \\ &= ab^2(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $ab(a^2 + ab + b^2)$

এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $ab(a^2 + ab + b^2)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. = $ab(a^2 + ab + b^2)$

১৯। $a^3 - 3a^2 - 10a$, $a^3 + 6a^2 + 8a$ এবং $a^4 - 5a^3 - 14a^2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^3 - 3a^2 - 10a \\ &= a(a^2 - 3a - 10) \\ &= a(a^2 - 5a + 2a - 10) \\ &= a\{a(a - 5) + 2(a - 5)\} \\ &= a(a - 5)(a + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^3 + 6a^2 + 8a \\ &= a(a^2 + 6a + 8) \\ &= a(a^2 + 4a + 2a + 8) \\ &= a\{a(a + 4) + 2(a + 4)\} \\ &= a(a + 4)(a + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 - 5a^3 - 14a^2 \\ &= a^2(a^2 - 5a - 14) \\ &= a^2\{(a^2 - 7a + 2a - 14)\} \\ &= a^2\{a(a - 7) + 2(a - 7)\} \\ &= a^2(a - 7)(a + 2)\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $a(a + 2)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $a(a + 2)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. = $a(a + 2)$

ল.সা.গু. নির্ণয় কর(২০- ২৭) :

২০। a^5bc , ab^3c^2 এবং $a^7b^4c^3$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে $a^7b^4c^3$

নির্ণেয় ল.সা.গু. = $a^7b^4c^3$

২১। $5a^2b^3c^2$, $10ab^2c^3$ এবং $15ab^3c$

সমাধান :

5, 10 ও 15 - এর ল.সা.গু. = 30

এবং $a^2b^3c^2$, ab^2c^3 ও ab^3c - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 , b^3 ও c^3 ।

সুতরাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. = $30a^2b^3c^3$

২২। $3x^3y^2$, $4xy^2z$, $5x^4y^2z^2$ এবং $12xy^4z^2$

সমাধান :

3, 4 ও 5 - এর ল.সা.গু. = 60

এবং x^3y^2 , xy^2z ও $x^4y^2z^2$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে x^4 , y^2 ও z^2 ।

সুতরাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. = $60x^4y^2z^2$

২৩। $3a^2d^3$, $9d^2b^2$, $12c^3d^2$, $24a^3b^2$ এবং $36c^3d^2$

সমাধান :

3, 9, 12, 24 ও 36 - এর ল.সা.গু. = 72

এবং a^2d^3 , d^2b^2 , c^3d^2 , a^3b^2 ও c^3d^2 - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^3 , b^2 , c^3 ও d^3 ।

সুতরাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. = $72a^3b^2c^3d^3$

২৪। $x^2 + 3x + 2$, $x^2 - 1$, এবং $x^2 + x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 + 3x + 2 \\ &= x^2 + 2x + x + 2 \\ &= x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 - 1 \\ &= x^2 - 1^2 \\ &= (x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^2 + x - 2 \\ &= x^2 + 2x - 1x - 2 \\ &= x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (x + 2)(x + 1)(x - 1) \\ &= (x^2 - 1)(x + 2)\end{aligned}$$

২৫। $x^2 - 4$, $x^2 + 4x + 4$ এবং $x^3 - 8$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 - 4 \\ &= x^2 - 2^2 \\ &= (x - 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 + 4x + 4 \\ &= x^2 + 2x + 2x + 4 \\ &= x(x + 2) + 2(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^3 - 8 \\ &= x^3 - 2^3 \\ &= (x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2) \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (x + 2)(x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4) \\ &= (x + 2)^2(x^3 - 2^3) = (x + 2)^2(x^3 - 8)\end{aligned}$$

২৬। $6x^2 - x - 1$, $3x^2 + 7x + 2$ এবং $2x^2 + 3x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 6x^2 - x - 1 \\ &= 6x^2 - 3x + 2x - 1 \\ &= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1) \\ &= (2x + 1)(3x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 3x^2 + 7x + 2 \\ &= 3x^2 + 6x + x + 2 \\ &= 3x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(3x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 2x^2 + 3x - 2 \\ &= 2x^2 + 4x - x - 2 \\ &= 2x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(2x - 1)\end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (2x - 1)(3x + 1)(x + 2) = (x^2 - 1)(x + 2)$

২৭। $a^3 + b^3$, $(a + b)^3$, $(a^2 - b^2)^2$ এবং $(a^2 - ab + b^2)^2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^3 + b^3 \\ &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= (a + b)^3 \\ &= (a + b)(a + b)(a + b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= (a^2 - b^2)^2 \\ &= (a^2 - b^2)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)(a + b)(a - b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{চতুর্থ রাশি} &= (a^2 - ab + b^2)^2 \\ &= (a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a + b)(a + b)(a + b)(a - b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$
 $= (a + b)^3(a - b)^2(a^2 - ab + b^2)^2$

২৮। $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ হলে,

(ক) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \\ &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 3 + 2 \quad \left[\because x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \right] \\ &= 5\end{aligned}$$

(খ) $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান কত?

সমাধান :

‘ক’ থেকে পাই, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

এখন, $\frac{x^6 + 1}{x^3}$

$$= \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3}$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\begin{aligned} &= (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

সুতরাং নির্ণেয় মান $2\sqrt{5}$

(গ) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর ঘন নির্ণয় করে মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 &= (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + 3.x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= \left\{ (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 \right\} + 3.3 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 - 3.x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9 \\ &= (3)^3 - 3.3 + 9 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 27 - 9 + 9 \\ &= 27 \end{aligned}$$

২৯। $a - b + c$ একটি বীজগণিতীয় রাশি হলে,

(ক) প্রদত্ত রাশির ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশির ঘন} &= (a - b + c)^3 \\ &= \{(a - b) + (c)\}^3 \\ &= (a - b)^3 + 3.(a - b)^2.c + 3.(a - b).c^2 + c^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3c(a^2 - 2ab + b^2) + 3c^2(a - b) + c^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3 \end{aligned}$$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(a - b + c)^3 \neq (a - b)^3 + c^3$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = (a - b + c)^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (a - b)^3 + c^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + c^3$$

$$\therefore (a - b + c)^3 \neq (a - b)^3 + c^3 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত রাশির বর্গ ও $(a + c)^2 - b^2$ সমান নয়।

সমাধান :

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশির বর্গ} = (a - b + c)^2$$

$$= \{(a - b) + (c)\}^2$$

$$= (a - b)^2 + 2.(a - b)(c) + c^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$$

$$\text{এবং } (a + c)^2 - b^2 = a^2 + 2ac + c^2 - b^2$$

$$= a^2 - b^2 + c^2 + 2ac$$

দেখা যাচ্ছে যে, প্রদত্ত রাশি অর্থাৎ $(a - b + c)$ এর বর্গ এবং $(a + c)^2 - b^2$ এর প্রাপ্ত মান একই নয়।

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ ও } (a + c)^2 - b^2 \text{ সমান নয় (প্রমাণিত)}$$

পঞ্চম অধ্যায় 5.1 বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ যোগ ও বিয়োগ

উদাহরণ ১। নিচের ভগ্নাংশের দুইটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

$$(ক) \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$$

এখানে, 16 ও 8 - এর গ.সা.গু. হলো 8

$$a^2 \text{ ও } a^3 \text{ " " " } a^2$$

$$b^3 \text{ ও } b^2 \text{ " " " } b^2$$

$$c^4 \text{ ও } c^5 \text{ " " " } c^4$$

$$x \text{ ও } y \text{ " " " } 1$$

$16a^2b^3c^4y$ ও $8a^3b^2c^5x$ এর গ.সা.গু. হলো $8a^2b^2c^4$

$$\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x} \text{ এর লব ও হরকে } 8a^2b^2c^4 \text{ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় } \frac{2by}{acx}$$

$$\therefore \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x} \text{ এর লঘিষ্ঠকরণ হলো } \frac{2by}{acx}$$

$$(খ) \text{ প্রদত্ত ভগ্নাংশটি } \frac{a(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)}{(a^3 + b^3)(a^4b - b^5)}$$

$$\text{এখানে, লব} = a(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)$$

$$= a(a+b)^2(a-b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$\text{হর} = (a^3 + b^3)(a^4b - b^5)$$

$$= (a+b)(a^2 + ab + b^2)b(a^4 - b^4)$$

$$= b(a+b)(a^2 + ab + b^2)\{(a^2)^2 - (b^2)^2\}$$

$$= b(a+b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$$

$$= b(a+b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 + b^2)(a-b)(a+b)$$

$$= b(a+b)^2(a^2 + ab + b^2)(a^2 + b^2)(a-b)$$

$$\therefore \text{লব ও হরের গ.সা.গু.} = (a+b)^2(a-b)$$

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লব ও হরকে } (a+b)^2(a-b) \text{ দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যায় } \frac{a(a^2 + 2ab + b^2)}{b(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$$

সুতারাং ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ রূপ $\frac{a(a^2 + 2ab + b^2)}{b(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$

উদাহরণ ২। $\frac{x}{x^3y - xy^3}$, $\frac{a}{xy(a^2 - b^2)}$, $\frac{m}{m^3n - mn^3}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত কর।

সমাধান :

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^3y - xy^3$
 $= xy(x^2 - y^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= xy(a^2 - b^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= m^3n - mn^3$
 $= mn(m^2 - n^2)$

∴ হরগুলোর ল.সা.গু. $= xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn$

অতএব, $\frac{x}{x^3y - xy^3} = \frac{x(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$

$\frac{a}{xy(a^2 - b^2)} = \frac{a(x^2 - y^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$

এবং $\frac{m}{m^3n - mn^3} = \frac{xym(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$

সুতারাং, নির্ণেয় ভগ্নাংশগুলো

$\frac{x(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$, $\frac{a(x^2 - y^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$

$\frac{xym(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$

কাজ : সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

$$১। \frac{x^2 + xy}{x^2 y} \text{ এবং } \frac{x^2 - xy}{xy^2} \quad ২। \frac{a-b}{a+2b} \text{ এবং } \frac{2a+b}{a^2 - 4b^2}$$

$$১। \frac{x^2 + xy}{x^2 y}, \text{ এবং } \frac{x^2 - xy}{xy^2}$$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2 + xy}{x^2 y}, \frac{x^2 - xy}{xy^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. = $x^2 y^2$

$$x^2 y^2 \div x^2 y = y \quad \therefore \frac{x^2 + xy}{x^2 y} = \frac{(x^2 + xy) \times y}{(x^2 y) \times y} = \frac{x^2 y + xy^2}{x^2 y^2}$$

$$x^2 y^2 \div xy^2 = x \quad \therefore \frac{x^2 - xy}{xy^2} = \frac{(x^2 - xy) \times x}{(xy^2) \times x} = \frac{x^3 + x^2 y}{x^2 y^2}$$

\therefore সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2 y + xy^2}{x^2 y^2}, \frac{x^3 + x^2 y}{x^2 y^2}$

২। $\frac{a-b}{a+2b}$ এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a+2b}$, $\frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. = $(a+2b)(a-2b)$

$$(a+2b)(a-2b) \div (a+2b) = (a-2b) \quad \therefore \frac{(a-b)(a-2b)}{(a+2b)(a-2b)} = \frac{(a-b)(a-2b)}{(a^2-4b^2)}$$

$$(a+2b)(a-2b) \div (a+2b)(a-2b) = 1 \quad \therefore \frac{(2a+b) \times 1}{(a^2-4b^2) \times 1} = \frac{(2a+b)}{(a^2-4b^2)}$$

\therefore সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{(a-b)(a-2b)}{(a^2-4b^2)}$, $\frac{(2a+b)}{(a^2-4b^2)}$

উদাহরণ ৩। ভগ্নাংশ তিনটি যোগ কর : $\frac{1}{x-y}$, $\frac{x}{x^2+xy+y^2}$, $\frac{y^2}{x^3-y^3}$

সমাধান :

এখানে, ১ম ভগ্নাংশ = $\frac{1}{x-y}$

২য় ভগ্নাংশ = $\frac{x}{x^2+xy+y^2}$

২য় ভগ্নাংশ = $\frac{y^2}{x^3-y^3}$

$$= \frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

হরগুলোর ল.সা.গু = $(x-y)(x^2+xy+y^2)$
= (x^3-y^3)

সুতারাং, $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$ এর যোগফল

$$= \frac{1}{x-y} + \frac{x}{x^2+xy+y^2} + \frac{y^2}{x^3-y^3}$$

$$= \frac{1}{x-y} + \frac{x}{x^2+xy+y^2} + \frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{1 \times (x^2+xy+y^2) + x \times (x-y) + 1 \times y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{x^2+xy+y^2+x^2-xy+y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{2(x^2+y^2)}{(x^3-y^3)}$$

নির্গেয় যোগফল $\frac{2(x^2+y^2)}{(x^3-y^3)}$

উদাহরণ ৪। যোগ কর: $\frac{3a}{a^2+3a-4} + \frac{2a}{a^2-1} + \frac{a}{a^2+5a+4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $\frac{3a}{a^2+3a-4} + \frac{2a}{a^2-1} + \frac{a}{a^2+5a+4}$

$$= \frac{3a}{a^2+4a-a-4} + \frac{2a}{(a-1)(a+1)} + \frac{a}{a^2+4a+a+4}$$

$$= \frac{3a}{(a+4)(a-1)} + \frac{2a}{(a-1)(a+1)} + \frac{a}{(a+4)(a+1)}$$

$$= \frac{3a(a+1) + 2a(a+4) + a(a-1)}{(a+4)(a+1)(a-1)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3a^2 + 3a + 2a^2 + 8a + a^2 - a}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{6a^2 + 10a}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{2a(3a+5)}{(a+4)(a^2-1)} \end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। যোগফল নির্ণয় কর :

$$(ক) \frac{a-b}{bc} + \frac{b-c}{ca} + \frac{c-a}{ab}$$

$$(খ) \frac{1}{a^2-5a+6} + \frac{1}{a^2-9} + \frac{1}{a^2+4a+3}$$

$$(গ) \frac{1}{a-2} + \frac{a+2}{a^2+2a+4}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} (ক) \quad & \frac{a-b}{bc} + \frac{b-c}{ca} + \frac{c-a}{ab} \\ &= \frac{a(a-b) + b(b-c) + c(c-a)}{abc} \\ &= \frac{a^2 - ab + b^2 - bc + c^2 - ac}{abc} \\ &= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac}{abc} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(২)} \quad \frac{1}{a^2 - 5a + 6} + \frac{1}{a^2 - 9} + \frac{1}{a^2 + 4a + 3} \\
 &= \frac{1}{a^2 - 3a - 2a + 6} + \frac{1}{a^2 - 3^2} + \frac{1}{a^2 + 3a + a + 3} \\
 &= \frac{1}{(a-2)(a-3)} + \frac{1}{(a-3)(a+3)} + \frac{1}{(a+3)(a+1)} \\
 &= \frac{(a+1)(a+3) + (a-2)(a+1) + (a-3)(a-2)}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)} \\
 &= \frac{a^2 + 4a + 3 + a^2 - a - 2 + a^2 - 5a + 6}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)} \\
 &= \frac{3a^2 - 2a + 7}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{(৩)} \quad \frac{1}{a-2} + \frac{a+2}{a^2 + 2a + 4} \\
 &= \frac{a^2 + 2a + 4 + (a-2)(a+2)}{(a-2)(a^2 + 2a + 4)} \\
 &= \frac{a^2 + 2a + 4 + a^2 - 4}{(a^3 - 2^3)} \\
 &= \frac{2a^2 + 2a}{(a^3 - 2^3)} \\
 &= \frac{2a(a+1)}{(a^3 - 8)}
 \end{aligned}$$

কাজ : যোগ কর :

$$১। \frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy} \quad ২। \frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2}$$

সমাধান : (১) এখানে,

$$১ম ভগ্নাংশ = \frac{2a}{3x^2y}$$

$$২য় ভগ্নাংশ = \frac{3b}{2xy^2}$$

$$২য় ভগ্নাংশ = \frac{a+b}{xy}$$

হরগুলোর ল.সা.গু = $6x^2y^2$

সুতারাং, $\frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy}$ এর যোগফল

$$= \frac{2a}{3x^2y} + \frac{3b}{2xy^2} + \frac{a+b}{xy}$$

$$= \frac{6ay+9bx+6xy(a+b)}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{6ay+9bx+6xya+6xyb}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{3(2ay+3bx+2xya+2xyb)}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{(2ay+3bx+2xya+2xyb)}{2x^2y^2}$$

নির্ণেয় যোগফল = $\frac{2ay+3bx+2xya+2xyb}{2x^2y^2}$

সমাধান : (২) এখানে,

$$\begin{aligned} & \frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2} \text{ এর যোগফল} \\ &= \frac{2}{x^2y-xy^2} + \frac{3}{xy(x^2-y^2)} + \frac{1}{x^2-y^2} \\ &= \frac{2}{xy(x-y)} + \frac{3}{xy(x-y)(x+y)} + \frac{1}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{2(x+y)+3+xy}{xy(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{2x+2y+3+xy}{xy(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{2x+xy+2y+3}{xy(x-y)(x+y)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2x+xy+2y+3}{xy(x-y)(x+y)}$

উদাহরণ ৬। বিয়োগফল নির্ণয় কর :

$$\text{ক) } \frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3} \quad \text{খ) } \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2} \quad \text{গ) } \frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}$$

সমাধান : (ক)

$$\frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3}$$

এখানে, হর $4a^2bc^2$ ও $9ab^2c^3$ এর ল.সা.গু. $36a^2b^2c^3$

$$\begin{aligned} & \therefore \frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3} \\ &= \frac{9xbc-4ya}{36a^2b^2c^3} \end{aligned}$$

সমাধান : (খ)

$$\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$$

এখানে, হর $(x-y)^2$ ও x^2-y^2 এর ল.সা.গু. $(x-y)^2(x+y)$

$$\therefore \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{x(x+y) - (x+y)(x-y)}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$= \frac{x^2 + xy - x^2 + y^2}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$= \frac{xy + y^2}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$= \frac{y(x+y)}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$= \frac{y}{(x-y)^2}$$

সমাধান : (গ)

$$\frac{a^2 + 9y^2}{a^2 - 9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}$$

এখানে, হর $a^2 - 9y^2$ ও $a+3y$ এর ল.সা.গু. $a^2 - 9y^2$

$$\therefore \frac{a^2 + 9y^2}{a^2 - 9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}$$

$$= \frac{a^2 + 9y^2 - (a-3y)(a-3y)}{a^2 - 9y^2}$$

$$= \frac{a^2 + 9y^2 - (a-3y)^2}{a^2 - 9y^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{a^2 + 9y^2 - (a^2 - 6ay + 9y^2)}{a^2 - 9y^2} \\ &= \frac{a^2 + 9y^2 - a^2 + 6ay - 9y^2}{a^2 - 9y^2} \\ &= \frac{6ay}{a^2 - 9y^2} \end{aligned}$$

কাজ : বিয়োগ কর :

$$\text{১। } \frac{x}{x^2 + xy + y^2} \text{ থেকে } \frac{xy}{x^3 - y^3} \quad \text{২। } \frac{1}{1+a+a^2} \text{ থেকে } \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

সমাধান : (১)

$$\frac{x}{x^2 + xy + y^2} - \frac{xy}{x^3 - y^3}$$

এখানে, হর $x^2 + xy + y^2$ ও $x^3 - y^3$ এর ল.সা.গু. $x^3 - y^3$

$$\therefore \frac{x}{x^2 + xy + y^2} - \frac{xy}{x^3 - y^3}$$

$$= \frac{x(x-y) - xy}{x^3 - y^3}$$

$$= \frac{x^2 - xy - xy}{x^3 - y^3}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy}{x^3 - y^3}$$

সমাধান : (২)

$$\frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

এখানে, হর $1+a+a^2$ ও $1+a^2+a^4$

$$= 1+a+a^2 \text{ ও } (a^2)^2 + 2a^2 + 1^2 - a^2$$
$$= 1+a+a^2 \text{ ও } (a^2+1)^2 - a^2$$
$$= (a^2+a+1) \text{ ও } (a^2+a+1)(a^2-a+1)$$

এর ল.সা.গু. $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

$$\frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$= \frac{1}{(a^2+a+1)} - \frac{2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$= \frac{(a^2-a+1) - 2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$= \frac{a^2-3a+1}{a^4+a^2+1}$$

উদাহরণ ৭। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$

(খ) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4}$

(গ) $\frac{1}{1-a+a^2} + \frac{1}{1+a+a^2} + \frac{2a}{1+a^2+a^4}$

সমাধান : (ক)

$$\frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

এখানে, $(y+z)(z+x)$, $(x+y)(z+x)$, ও $(x+y)(y+z)$
এর ল.সা.গু. $= (x+y)(y+z)(z+x)$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)} \\ &= \frac{(x-y)(x+y) + (y-z)(y+z) + (z-x)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &= \frac{x^2 - y^2 + y^2 - z^2 + z^2 - x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &= \frac{0}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

সমাধান : (খ)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4} \\ &= \frac{x+2-x+2}{(x-2)(x+2)} - \frac{4}{x^2+4} \\ &= \frac{4}{x^2-4} - \frac{4}{x^2+4} \\ &= 4 \left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+4} \right) \\ &= 4 \left(\frac{x^2+4-x^2+4}{(x^2-4)(x^2+4)} \right) \\ &= \frac{4 \times 8}{(x^4-16)} = \frac{32}{x^4-16} \end{aligned}$$

সমাধান : (গ)

$$\frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

এখানে, $1+a^2+a^4 = 1+2a^2+(a^2)^2-a^2$

$$= (1+a^2)^2 - a^2$$

$$= (1+a^2-a)(1+a^2+a)$$

হর $(1-a+a^2), (1+a+a^2), (1+a^2+a^4)$ এর ল.সা.গু. $= (1+a^2-a)(1+a^2+a)$

$$\therefore \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$= \frac{1+a+a^2-1+a-a^2-2a}{(1-a+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$= \frac{0}{(1+a^2+a^4)}$$

$$= 0$$

অনুশীলনী ৫.১

১। লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

(খ) $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3 \cdot (2y)^6}$

(গ) $\frac{x^3y+xy^3}{x^2y^3+x^3y^2}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

(চ) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

(ছ) $\frac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

(জ) $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

(ক) $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

এখানে, 4 ও 9 এর গ.সা.গু. হলো 1

x^2 ও x^5 এর গ.সা.গু. হলো x^2

y^3 ও y^2 " " " y^2

z^5 ও z^3 " " " z^3

$\therefore 4x^2y^3z^5$ ও $9x^5y^2z^3$ এর গ.সা.গু. হলো $x^2y^2z^3$

$\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লব ও হরকে $x^2y^2z^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{4yz^2}{9x^3}$ ।

$\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{4yz^2}{9x^3}$ ।

(খ) $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

$$= \frac{2^4 \times 2^4 \times 3^5 \times x^4 y^5}{3^3 \times 2^6 \times x^3 y^6}$$
$$= \frac{2^8 3^5 x^4 y^5}{2^6 3^3 x^3 y^6}$$

এখানে, 2^8 ও 2^6 এর গ.সা.গু. হলো 2^6

3^5 ও 3^3 " " " 3^3

x^4 ও x^3 " " " x^3

y^5 ও y^6 " " " y^5
∴ $16(2x)^4(3y)^5$ ও $(3x)^3(2y)^6$ এর গ.সা.গু. হলো $2^6 3^3 x^2 y^3$
এখন প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $2^6 3^3 x^2 y^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়।

$$\frac{2^2 3^2 x}{y} = \frac{4 \times 9x}{y} = \frac{36x}{y}$$

ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{36x}{y}$ ।

(গ) $\frac{x^3 y + xy^3}{x^2 y^3 + x^3 y^2}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^3 y + xy^3}{x^2 y^3 + x^3 y^2}$

এখানে, লব $= x^3 y + xy^3$
 $= xy(x^2 + y^2)$

হর $= x^2 y^3 + x^3 y^2$
 $= x^2 y^2(x + y)$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. xy

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে xy দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x + y)}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x + y)}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$
 $= \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(a+b)}{a^2+ab+b^2}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a+b)}{a^2+ab+b^2}$

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$
 $= \frac{x^2-5x-x+5}{x^2-5^2}$
 $= \frac{x(x-5)-1(x-5)}{(x-5)(x+5)}$
 $= \frac{(x-5)(x-1)}{(x-5)(x+5)}$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{(x-1)}{(x+5)}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x-1)}{(x+5)}$

(চ) $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$

$$= \frac{x^2 - 3x - 4x + 12}{x^2 - 4x - 5x + 20}$$
$$= \frac{x(x-3) - 4(x-3)}{x(x-4) - 5(x-4)}$$
$$= \frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)(x-5)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-4)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{x-3}{x-5}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-3}{x-5}$

(ছ) $\frac{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)}$

$$= \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)}{(x+y)(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-y)(x^2 - xy + y^2)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-y)(x^2 - xy + y^2)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{x^2 - xy + y^2}{(x+y)^2}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x-1)}{(x+5)}$

(জ) $\frac{(a^2 - b^2 - 2bc - c^2)}{(a^2 + 2ab + b^2 - c^2)}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(a^2 - b^2 - 2bc - c^2)}{(a^2 + 2ab + b^2 - c^2)}$

$$= \frac{(a)^2 - (b^2 + 2bc + c^2)}{(a^2 + 2ab + b^2) - c^2}$$
$$= \frac{(a)^2 - (b+c)^2}{(a+b)^2 - (c)^2}$$
$$= \frac{(a+b+c)(a-b-c)}{(a+b+c)(a+b-c)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(a+b+c)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a+b+c)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

২। সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

(গ) $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

(ঙ) $\frac{a}{a^3+b^3}, \frac{b}{a^2+ab+b^2}, \frac{c}{a^3-b^3}$

$$(চ) \frac{1}{x^2 - 5x + 6}, \frac{1}{x^2 - 7x + 12}, \frac{1}{x^2 - 9x + 20}$$

$$(ছ) \frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$$

$$(জ) \frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$$

$$(ক) \frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$$

সমাধান :

$$\text{এখানে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো } \frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$$

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} = xyz$$

$$xyz \div xy = z \quad \therefore \frac{x^2}{xy} = \frac{x^2 \times z}{xy \times z} = \frac{x^2z}{xyz}$$

$$xyz \div yz = x \quad \therefore \frac{y^2}{yz} = \frac{y^2 \times x}{yz \times x} = \frac{xy^2}{xyz}$$

$$xyz \div zx = y \quad \therefore \frac{z^2}{zx} = \frac{z^2 \times y}{zx \times y} = \frac{yz^2}{xyz}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো } \frac{x^2z}{xyz}, \frac{xy^2}{xyz}, \frac{yz^2}{xyz}$$

$$(খ) \frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$$

সমাধান :

$$\text{এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো } \frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$$

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} = xyz$$

$$\frac{x-y}{xy} = \frac{(x-y)z}{xyz} = \frac{xz-yz}{xyz}$$

$$\frac{y-z}{yz} = \frac{(y-z)x}{xyz} = \frac{xy-xz}{xyz}$$

$$\frac{z-x}{zx} = \frac{(z-x)y}{xyz} = \frac{yz-xy}{xyz}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{xz-yz}{xyz}, \frac{xy-xz}{xyz}, \frac{yz-xy}{xyz}$

(গ) $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. = $x(x+y)(x-y)$

$$\therefore \frac{x}{x-y} = \frac{x \cdot x(x+y)}{(x-y)x(x+y)} = \frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{y}{x+y} = \frac{y \cdot x(x-y)}{(x+y)x(x-y)} = \frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{z}{x(x+y)} = \frac{z \cdot (x-y)}{x(x+y)(x-y)} = \frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}, \frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}, \frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

১ম ভগ্নাংশের হর = $(x-y)^2$

$$= (x-y)(x-y)$$

$$\begin{aligned} \text{২য় ভগ্নাংশের হর} &= x^3 + y^3 \\ &= (x+y)(x^2 - xy + y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - y^2 \\ &= (x-y)(x+y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} &= (x-y)(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2) \\ &= (x-y)^2(x^3 + y^3) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x+y}{(x-y)^2} = \frac{(x+y)(x^3 + y^3)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)} = \frac{(x+y)(x^3 + y^3)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}$$

$$\therefore \frac{x-y}{(x^3 + y^3)} = \frac{(x-y)(x-y)^2}{(x-y)^2(x^3 + y^3)} = \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}$$

$$\therefore \frac{y-z}{(x^2 - y^2)} = \frac{(y-z)(x-y)(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)} = \frac{(y-z)(x-y)(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x+y)(x^3 + y^3)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}, \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}, \frac{(y-z)(x-y)(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}$$

$$(ঙ) \frac{a}{a^3 + b^3}, \frac{b}{a^2 + ab + b^2}, \frac{c}{a^3 - b^3}$$

সমাধান :

$$\text{এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো } \frac{a}{a^3 + b^3}, \frac{b}{a^2 + ab + b^2}, \frac{c}{a^3 - b^3}$$

$$\begin{aligned} \text{১ম ভগ্নাংশের হর} &= a^3 + b^3 \\ &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশের হর} = (a^2 + ab + b^2)$$

$$\begin{aligned} \text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= a^3 - b^3 \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} &= (a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2) \\ &= (a^3-b^3)(a^3+b^3) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{a^3+b^3} = \frac{a(a^3-b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)} = \frac{a(a^3-b^3)}{(a^6-b^6)}$$

$$\therefore \frac{b}{a^2+ab+b^2} = \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)} = \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$$

$$\therefore \frac{c}{a^3-b^3} = \frac{c(a^3+b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)} = \frac{c(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো} \quad \frac{a(a^3-b^3)}{(a^6-b^6)}, \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}, \frac{c(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$$

$$(চ) \frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$$

সমাধান :

$$\text{এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো} \quad \frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$$

$$\begin{aligned} \text{১ম ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 5x + 6 \\ &= x^2 - 2x - 3x + 6 \\ &= (x-2)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{২য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 7x + 12 \\ &= x^2 - 3x - 4x + 12 \\ &= (x-3)(x-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - 9x + 20 \\ &= x^2 - 4x - 5x + 20 \\ &= (x-4)(x-5) \end{aligned}$$

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} = (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$$

এখন,

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{(x-2)(x-3)} &= \frac{1 \cdot (x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} \\ \therefore \frac{1}{(x-3)(x-4)} &= \frac{1 \cdot (x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} \\ \therefore \frac{1}{(x-4)(x-5)} &= \frac{1 \cdot (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} \end{aligned}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

(ছ) $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. = $a^2b^2c^2$

$$\frac{a-b}{a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{c^2a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{b-c}{b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{c-a}{c^2a^2} = \frac{b^2(c-a)}{b^2a^2c^2} = \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}, \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}, \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$

(জ) $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= (x+y)(y+z)(z+x)$

$$\frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y) \cdot (y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)} = \frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{y-z}{y+z} = \frac{(y-z) \cdot (x+y)(z+x)}{(y+z)(x+y)(z+x)} = \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{z-x}{z+x} = \frac{(z-x) \cdot (x+y)(y+z)}{(z+x)(x+y)(y+z)} = \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

৩। যোগ কর :

(ক) $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

(খ) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

(গ) $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

(ঙ) $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$

(চ) $\frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$

(ছ) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$

(জ) $\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$

(ক) $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$
 $= \frac{b(a-b) + a(a+b)}{ab}$
 $= \frac{ab - b^2 + a^2 + ab}{ab}$
 $= \frac{a^2 + 2ab - b^2}{ab}$
সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2 + 2ab - b^2}{ab}$

(খ) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$
 $= \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$
সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$

(গ) $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

$$\begin{aligned} &= \frac{yz(x-y) + zx(y-z) + xy(z-x)}{xyz} \\ &= \frac{xyz - zy^2 + xyz - xz^2 + xyz - x^2y}{xyz} \\ &= \frac{3xyz - x^2y - y^2z + xyz - z^2x}{xyz} \\ &= \frac{3xyz - x^2y - y^2z + xyz - z^2x}{xyz} \end{aligned}$$

সুতারাং নির্ণেয় যোগফল

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{2x^2 + 2y^2}{(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{2(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)} \end{aligned}$$

সুতারাং নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)}$

$$(ঙ) \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$

$$= \frac{1}{x^2-2x-x+2} + \frac{1}{x^2-3x-x+3} + \frac{1}{x^2-4x-x+4}$$
$$= \frac{1}{(x-2)(x-1)} + \frac{1}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{(x-4)(x-1)}$$
$$= \frac{1.(x-3)(x-4) + 1.(x-2)(x-4) + 1.(x-3)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$
$$= \frac{x^2-7x+12 + x^2-6x+8 + x^2-5x+6}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$
$$= \frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

$$(চ) \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$

$$= \frac{1}{(a-b)(a+b)} + \frac{1}{(a^2+ab+b^2)} + \frac{1}{(a^2-ab+b^2)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a+b)(a^2 - ab + b^2) + (a-b)(a+b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)(a+b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)} \\
 &= \frac{a^4 - a^3b + a^2b^2 + a^3b - a^2b^2 + ab^3 + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + (a-b)(a^3 + b^3) + (a+b)(a^3 - b^3)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a+b)(a^2 - ab + b^2)} \\
 &= \frac{a^4 + a^2b^2 + b^4 + a^4 + ab^3 - a^3b - b^4 + a^4 - ab^3 + a^3b - b^4}{(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)} \\
 &= \frac{3a^4 + a^2b^2 - b^4}{(a^6 - b^6)}
 \end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3a^4 + a^2b^2 - b^4}{(a^6 - b^6)}$

(ছ) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-2^2} \\
 &= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{1 \cdot (x+2) - 1 \cdot (x-2) + 4}{(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{x+2 - x+2 + 4}{(x^2-4)} \\
 &= \frac{8}{(x^2-4)}
 \end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{8}{(x^2-4)}$

$$(জ) \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি, } & \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1} \\ &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2)^2-1^2} + \frac{4}{(x^4)^2-1^2} \\ &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{(x^4-1)(x^4+1)} \\ &= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)} \\ &= \frac{1 \cdot (x^2+1)(x^4+1) + 1 \cdot (x^4+1) + 4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)} \\ &= \frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1 + x^4 + 1 + 4}{(x^4-1)(x^4+1)} \\ &= \frac{x^6 + 2x^4 + x^2 + 6}{(x^8-1)} \end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{x^6 + 2x^4 + x^2 + 6}{(x^8-1)}$

৪। বিয়োগ কর :

$$(ক) \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9}$$

$$(খ) \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)}$$

$$(গ) \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$$

$$(ঘ) \frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b}$$

$$(ঙ) \frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$$

$$(ক) \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9}$$

সমাধান :

এখানে, হর $x-3$ ও x^2-9 এর ল.সা.গু. $= x^2-9$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9} \\ &= \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{a(x+3) - a^2}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{ax+3a-a^2}{(x-3)(x+3)} \end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{ax+3a-a^2}{(x-3)(x+3)}$

$$(খ) \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)}$$

সমাধান :

এখানে, হর $y(x-y)$ ও $x(x+y)$ এর ল.সা.গু. $= xy(x-y)(x+y)$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)} \\ &= \frac{1 \cdot x(x+y) - 1 \cdot y(x-y)}{xy(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{xy(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{xy(x^2 - y^2)} \quad \text{সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল } \frac{(x^2 + y^2)}{xy(x^2 - y^2)} \end{aligned}$$

$$(গ) \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$$

সমাধান :

এখানে, হর $(1+x+x^2)$ ও $(1-x+x^2)$ এর ল.সা.গু. $= (1+x+x^2)(1-x+x^2)$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2} \\ &= \frac{(x+1)(1-x+x^2) - (x-1)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \\ &= \frac{(x+1)(1-x+x^2) - (x-1)(1+x+x^2)}{\{(1+x^2) + (x)\}\{(1+x^2) - (-x)\}} \\ &= \frac{(x^3+1) - (x^3-1)}{(1+x^2)^2 - x^2} \\ &= \frac{x^3+1-x^3+1}{(1+2x^2+x^4-x^2)} \\ &= \frac{2}{1+x^2+x^4} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2}{1+x^2+x^4}$

$$(ঘ) \frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b} \\ &= \frac{a^2+16b^2}{(a-4b)(a+4b)} - \frac{a-4b}{a+4b} \end{aligned}$$

এখানে, হর $(a-4b)(a+4b)$ ও $(a+4b)$ এর ল.সা.গু. $= (a-4b)(a+4b)$

$$\begin{aligned} &= \frac{a^2 + 16b^2 - (a - 4b)(a - 4b)}{(a - 4b)(a + 4b)} \\ &= \frac{a^2 + 16b^2 - (a - 4b)^2}{(a)^2 - (4b)^2} \\ &= \frac{a^2 + 16b^2 - \{(a)^2 - 2.a.4b + (4b)^2\}}{(a)^2 - (4b)^2} \\ &= \frac{a^2 + 16b^2 - a^2 + 8ab - 16b^2}{(a - 4b)(a + 4b)} \\ &= \frac{8ab}{(a - 4b)(a + 4b)} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{8ab}{(a - 4b)(a + 4b)}$

$$(ঙ) \frac{1}{x-y} - \frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 + y^3}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{x-y} - \frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 + y^3} \\ &= \frac{1}{x-y} - \frac{x^2 - xy + y^2}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \end{aligned}$$

এখানে, হর

$(x-y)$ ও $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$ এর ল.সা.গু. $(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)$

$$\begin{aligned} \therefore &\frac{1}{x-y} - \frac{x^2 - xy + y^2}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\ &= \frac{1.(x+y)(x^2 - xy + y^2) - (x-y)(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x^3 + y^3 - (x^3 - x^2y + xy^2 - x^2y + xy^2 - y^3)}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\
 &= \frac{x^3 + y^3 - x^3 + 2x^2y - 2xy^2 + y^3}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\
 &= \frac{2x^2y - 2xy^2 + 2y^3}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\
 &= \frac{2y(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\
 &= \frac{2y}{(x-y)(x+y)} \\
 &= \frac{2y}{(x^2 - y^2)}
 \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2y}{(x^2 - y^2)}$

৫। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

(গ) $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(x-z)}$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{1}{x^2-9y^2}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$

$$(চ) \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$(ছ) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$(জ) \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

$$(ঝ) \frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

$$(ঞ) \frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$$

$$(ক) \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

এখানে, হর, xy , yz ও zx এর ল.সা.গু. = xyz

$$\therefore \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

$$= \frac{z(x-y) + x(y-z) + y(z-x)}{xyz}$$

$$= \frac{xz - yz + xy - zx + yz - xy}{xyz}$$

$$= \frac{0}{xyz}$$

$$= 0$$

$$(খ) \frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

এখানে, হর, $(x+y)$, $(y+z)$ ও $(z+x)$ এর ল.সা.গু. $= (x+y)(y+z)(z+x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

$$= \frac{(x-y)(z+x) + (y-z)(x+y) + (z-x)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{xz + x^2 - yz - xy + xy - xz + y^2 - yz + yz - xy + z^2 - xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$(গ) \frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(x-z)}$$

সমাধান :

$$\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(x-z)}$$

এখানে, হর, $(x-y)$, $(y-z)$ ও $(z-x)$ এর ল.সা.গু. $= (x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} - \frac{z}{(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{y(z-x) + x(y-z) - z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{yz - xy + xy - zx - zx + yz}{(x - y)(y - z)(z - x)} \\
 &= \frac{-2zx + 2yz}{(x - y)(y - z)(z - x)} \\
 &= \frac{-2z(x - y)}{(x - y)(y - z)(z - x)} \\
 &= \frac{-2z}{(y - z)(z - x)}
 \end{aligned}$$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$$

এখানে, $x^2 - 9y^2$
 $= x^2 - (3y)^2$
 $= (x-3y)(x+3y)$

হর, $(x+3y)$, $(x-3y)$ ও $(x-3y)(x+3y)$ এর ল.সা.গু. $= (x-3y)(x+3y)$

$$\therefore \frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{1.(x-3y) + 1.(x+3y) + 2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{x-3y+x+3y-2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{0}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= 0$$

$$(ঙ) \frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

এখানে, হর, $x-y$, $(2x+y)$, $x+y$ ও $(2x-y)$ এর ল.সা.গু $= (x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)$

$$\therefore \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

$$= \left\{ \frac{1 \cdot (x+y) + 1 \cdot (x-y)}{(x-y)(x+y)} \right\} - 2 \left(\frac{1}{2x+y} + \frac{1}{2x-y} \right)$$

$$= \left\{ \frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)} \right\} - 2 \left\{ \frac{2x-y+2x+y}{(2x+y)(2x-y)} \right\}$$

$$= \frac{2x}{(x^2 - y^2)} - \frac{2 \times 4x}{(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{2x(4x^2 - y^2) - 8x(x^2 - y^2)}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{8x^3 - 2xy^2 - 8x^3 + 8xy^2}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{6xy^2}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

$$(চ) \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

এখানে, হ্র, $(x-2)$, (x^2+2x+4) ও (x^3+8) এর ল.সা.গু

$$= (x-2)(x^2+2x+4)(x^3+8)$$

$$= (x^3-2^3)(x^3+8)$$

$$= (x^3-8)(x^3+8)$$

$$= (x^3)^2 - (8)^2$$

$$= x^6 - 64$$

$$\therefore \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{1 \cdot (x^2+2x+4) - (x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{x^2+2x+4 - (x^2-4x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{x^2+2x+4-x^2+4x-4}{(x^3-2^3)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{6x}{x^3-8} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{6x(x^3+8) + 6x(x^3-8)}{(x^3-8)(x^3+8)}$$

$$= \frac{6x^4 + 48x + 6x^4 - 48x}{(x^3)^2 - 8^2} = \frac{12x^4}{x^6 - 64}$$

$$(ছ) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

এখানে, হর, $x-1$, $x+1$, x^2+1 ও x^4+1 এর ল.সা.গু = x^8-1

$$\therefore \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{1 \cdot (x+1) - 1 \cdot (x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{x+1-x+1}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{2}{x^4+1}$$

$$= \frac{2(x^2+1) - 2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2x^2+2-2x^2+2}{x^4-1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{4}{x^4-1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{4(x^4+1) + 4(x^4-1)}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$= \frac{4x^4+4+4x^4-4}{(x^4)^2 - (1)^2}$$

$$= \frac{8x^4}{x^8-1}$$

$$(জ) \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

$$= \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} - \frac{z-x}{(x-y)(z-x)}$$

এখানে, হর, $y-z$, $z-x$ ও $x-y$ এর ল.সা.গু = $(x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} - \frac{z-x}{(x-y)(z-x)}$$

$$= \frac{(x-y)^2 + (y-z)^2 - (z-x)(y-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 - (zy - z^2 - xy + zx)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 - yz + z^2 + xy - zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 + 2y^2 + 2z^2 - xy - 3yz - zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$(ঝ) \frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2 + b^2 - c^2 - 2ab}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2 + b^2 - c^2 - 2ab}$$

এখানে, $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

$$= (a-b)^2 - c^2$$

$$= (a-b-c)(a-b+c)$$

হর, $a-b-c$, $a-b+c$ ও $a^2+b^2-c^2-2ab$ এর ল.সা.ও $a^2+b^2-c^2-2ab$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{a-b+c+a-b-c}{(a-b-c)(a-b+c)} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{2a-2b}{(a-b-c)(a-b+c)} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{2a-2b+a}{(a-b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{3a-2b}{a^2+b^2-c^2-2ab} \end{aligned}$$

(এ) $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

সমাধান :

$$\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} (a^2+b^2-c^2+2ab) &= (a+b)^2 - c^2 \\ &= (a+b-c)(a+b+c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b^2+c^2-a^2+2bc) &= (b+c)^2 - a^2 \\ &= (b+c-a)(b+c+a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c^2+a^2-b^2+2ca) &= (c+a)^2 - b^2 \\ &= (c+a-b)(c+a+b) \end{aligned}$$

হর, $(a+b-c)(a+b+c)$, $(b+c-a)(a+b+c)$ ও $(a-b+c)(a+b+c)$ এর ল.সা.ও $(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)$

$$\therefore \frac{1}{(a+b+c)(a+b-c)} + \frac{1}{(a+b+c)(b+c-a)} + \frac{1}{(a+b+c)(c+a-b)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(a-b+c)(b+c-a) + (a-b+c)(a+b-c) + (a+b-c)(b+c-a)}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \\ &= \frac{ab-ca-a^2-b^2-bc+ab+bc+c^2-ca+a^2+ab+ca-ab-b^2+bc}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \\ &= \frac{ca+bc-c^2+bc+ca-a^2+b^2+bc-ab-bc-c^2+ca}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \\ &= \frac{2ab+2bc+2ca-a^2-b^2-c^2}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \end{aligned}$$

tanbircox.blogspot.com

পঞ্চম অধ্যায় 5.2

ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

উদাহরণ ৮। গুণ কর :

(ক) $\frac{a^2b^2}{cd}$ কে $\frac{ab}{c^2d^2}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{a^2b^2}{cd} \times \frac{ab}{c^2d^2} \\ &= \frac{a^2b^2 \times ab}{cd \times c^2d^2} \\ &= \frac{a^3b^3}{c^3d^3}\end{aligned}$$

(গ) $\frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z}$ কে $\frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z} \times \frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x} \\ &= \frac{10x^5b^4z^3 \times 15y^5b^2z^2}{3x^2b^2z \times 2y^2a^2x} \\ &= \frac{25x^5y^5z^5b^6}{x^3y^2za^2b^2} \\ &= \frac{25b^4x^2y^2z^4}{a^2}\end{aligned}$$

(খ) $\frac{x^2y^3}{xy^2}$ কে $\frac{x^3b}{ay^3}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2y^3}{xy^2} \times \frac{x^3b}{ay^3} \\ &= \frac{x^2y^3 \times x^3b}{xy^2 \times ay^3} \\ &= \frac{x^4b}{ay^2}\end{aligned}$$

(ঘ) $\frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3}$ কে $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 - y^3}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3} \times \frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 - y^3} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2)} \\ &= \frac{1}{(x^2 + xy + y^2)}\end{aligned}$$

(ঙ) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 20}$ কে $\frac{x-5}{x-3}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 20} \times \frac{x-5}{x-3} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 3 + 6}{x^2 - 4x - 5x + 20} \times \frac{x-5}{x-3} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 3 + 6}{x^2 - 4x - 5x + 20} \times \frac{x-5}{x-3} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)} \times \frac{(x-5)}{(x-3)} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)(x-5)}{(x-4)(x-5)(x-3)} \\ &= \frac{x-2}{x-4} \end{aligned}$$

কাজ : গুণ কর :

১। $\frac{7a^2b}{36a^3b^2}$ কে $\frac{24ab^2}{35a^4b^5}$ দ্বারা ২। $\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-16}$ দ্বারা

১। $\frac{7a^2b}{36a^3b^2}$ কে $\frac{24ab^2}{35a^4b^5}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{7a^2b}{36a^3b^2} \times \frac{24ab^2}{35a^4b^5} \\ &= \frac{7a^2b \times 24ab^2}{36a^3b^2 \times 35a^4b^5} = \frac{4}{30a^4b^4} \end{aligned}$$

২। $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12}$ কে $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 16}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \times \frac{x^2 - 9}{x^2 - 16} \\ &= \frac{x^2 + 4x - x - 4}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 3^2}{x^2 - 4^2} \\ &= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-3)(x+3)}{(x-4)(x+4)} \\ &= \frac{(x+4)(x-1)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-4)(x-4)(x+4)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{(x-4)^2} \end{aligned}$$

উদাহরণ ৯। ভাগ কর :

(ক) $\frac{a^3b^2}{c^2d}$ কে $\frac{a^2b^3}{cd^3}$ দ্বারা

(খ) $\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2}$ কে $\frac{6a^3x^2c}{5x^2y^2z^2}$ দ্বারা

(গ) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab + b^2}$ কে $\frac{a+b}{a^3 - b^3}$ দ্বারা

(ঘ) $\frac{x^3 - 27}{x^2 - 7x + 6}$ কে $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 36}$ দ্বারা

(ঙ) $\frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3}$ কে $\frac{x^2 - y^2}{(x+y)^2}$ দ্বারা

সমাধান :

<p>(ক) $\frac{a^3b^2}{c^2d}$ কে $\frac{a^2b^3}{cd^3}$ দ্বারা</p> <p>(ক) ১ম ভগ্নাংশ = $\frac{a^3b^2}{c^2d}$</p> <p>২য় ভগ্নাংশ = $\frac{a^2b^3}{cd^3}$</p>	<p>(খ) নির্ণেয় ভাগফল = $\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2} \div \frac{6a^3x^2c}{5x^2y^2z^2}$</p> <p>= $\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2} \times \frac{5x^2y^2z^2}{6a^3x^2c}$</p> <p>= $\frac{axy}{b^2c}$</p>
---	---

২য় ভগ্নাংশের গুণাত্মক বিপরীত হলো $= \frac{cd^3}{a^2b^3}$

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{a^3b^2}{c^2d} \div \frac{a^2b^3}{cd^3} \\ &= \frac{a^3b^2}{c^2d} \times \frac{cd^3}{a^2b^3} \\ &= \frac{a^3b^2cd^3}{a^2b^3c^2d} \\ &= \frac{ad^2}{bc} \end{aligned}$$

(ঘ) নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{x^3 - 27}{x^2 - 7x + 6} \div \frac{x^2 - 9}{x^2 - 36}$

$$\begin{aligned} &= \frac{x^3 - 3^3}{x^2 - 6x - x + 6} \times \frac{x^2 - 6^2}{x^2 - 3^2} \\ &= \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 3^2)}{(x-6)(x-1)} \times \frac{(x-6)(x+6)}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{(x^2 + 3x + 9)(x+6)}{(x-1)(x+3)} \end{aligned}$$

(খ) নির্ণেয় ভাগফল

$$\begin{aligned} &= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab + b^2} \div \frac{a+b}{a^3 - b^3} \\ &= \frac{(a-b)(a+b)}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a+b)} \\ &= (a-b)^2 \end{aligned}$$

(ঘ) নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3} \div \frac{x^2 - y^2}{(x+y)^2}$

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \times \frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{(x^2 + xy + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)} \end{aligned}$$

কাজ : ভাগ কর :

$$1. \frac{16a^2b^2}{21z^2} \text{ কে } \frac{28ab^4}{35xyz} \text{ দ্বারা} \quad 2. \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2x + y^2} \text{ কে } \frac{x^3 + y^3}{x - y} \text{ দ্বারা}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} (১) \text{ নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \div \frac{28ab^4}{35xyz} \\ &= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{35xyz}{28ab^4} \\ &= \frac{20axy}{21zb^2} \end{aligned}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} (২) \text{ নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2} \div \frac{x^3 + y^3}{x - y} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}{(x - y)^2} \times \frac{x - y}{x^3 + y^3} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{(x - y)(x - y)} \times \frac{(x - y)}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)} \end{aligned}$$

উদাহরণ ১০। সরল কর :

$$(ক) \left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$(খ) \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$$

$$(গ) \frac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + 3ab} \div \frac{(a+b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3} \times \frac{a+b}{a-b}$$

$$(ঘ) \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2}$$

$$(ঙ) \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(x+y)^2 - 4xy} \div \frac{(x-y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)}$$

সমাধান : (ক)

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \\ &= \frac{x+1}{x} \div \frac{x^2-1}{x^2} \\ &= \frac{(x+1)}{x} \times \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x}{x-1} \end{aligned}$$

সমাধান : (খ)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right) \\ &= \frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x(x+y) - y(x-y)}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{(x^2 - y^2)} \div \frac{x^2 + xy - yx + y^2}{(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)} \div \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)} \times \frac{(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

সমাধান : (গ)

$$\begin{aligned} & \frac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + 3ab} \div \frac{(a+b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3} \times \frac{a+b}{a-b} \\ &= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - 2ab + b^2 + 3ab} \div \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 3ab}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{a+b}{a-b} \\ &= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 - ab + b^2)} \times \frac{(a+b)}{(a-b)} \\ &= (a+b)(a+b) \\ &= (a+b)^2 \end{aligned}$$

সমাধান : (ঘ)

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2} \\ &= \frac{x^2 + 4x - x - 4}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 3^2}{x^2 - 4^2} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2} \\ &= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-3)(x+3)}{(x-4)(x+4)} \times \frac{(x-4)(x-4)}{(x-1)(x-1)} \\ &= \frac{x+3}{x-1} \end{aligned}$$

সমাধান : (ঙ)

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(x+y)^2 - 4xy} \div \frac{(x-y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)} \\ &= \frac{(x+y)^3}{x^2 + 2xy + y^2 - 4xy} \div \frac{x^2 - 2xy + y^2 + 4xy}{(x-y)^3} \\ &= \frac{(x+y)^3}{x^2 - 2xy + y^2} \div \frac{x^2 + 2xy + y^2}{(x-y)^3} \\ &= \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)^3}{(x+y)^2} \\ &= (x+y)(x-y) \\ &= x^2 - y^2 \end{aligned}$$

অনুশীলনী ৫.২

১। $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}, \frac{p}{q}$ কে সাধারণ হ্রবিশিষ্ট করলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{ayzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyz}{xyzq}$

(খ) $\frac{axy}{xyzq}, \frac{byz}{xyzq}, \frac{czx}{xyzq}, \frac{pxy}{xyzq}$

(গ) $\frac{a}{xyzq}, \frac{b}{xyzq}, \frac{c}{xyzq}, \frac{p}{xyzq}$

(ঘ) $\frac{axyzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyzq}{xyzq}$

২। $\frac{x^2y^2}{ab}$ ও $\frac{c^3d^2}{x^5y^3}$ এর গুণফল কত হবে?

(ক) $\frac{x^2y^2c^3d^2}{abx^3y^2}$ (খ) $\frac{c^3d^2}{abx^3y}$ (গ) $\frac{x^2y^2c^3}{x^3y}$ (ঘ) $\frac{xyd^3}{ab}$

৩। $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1}$ ও $\frac{x-1}{a-1}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?

(ক) $\frac{x+1}{a-1}$ (খ) $\frac{x-1}{a-1}$ (গ) $\frac{x-1}{a+1}$ (ঘ) $\frac{x-1}{a-1}$

৪। $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} \div \frac{(a+b)^2-4ab}{a^3+b^3} \times \frac{a+b}{a^2-ab+b^2}$ এর সরলকৃত মান কত হবে?

(ক) $\frac{a-b}{a+b}$ (খ) $\frac{a+b}{a-b}$ (গ) $(a-b)$ (ঘ) $(a+b)$

৫। নিচের বাম দিকের তথ্যের সাথে ডানদিকের তথ্যের মিল কর :

(ক) সাধারণ হ্রবিশিষ্ট ভগ্নাংশের হ্র	(ক) $x-y$
(খ) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)}$	(খ) 1
(গ) $\frac{x^2-y^2}{x+y} \div \frac{x-y}{(x+y)} \times \frac{1}{x+y}$	(গ) হরগুলোর ল.সা.গু.
(ঘ) $\frac{(x+y)^2}{x-y} \div \frac{x-y}{x+y} \times \frac{(x-y)^3}{x^2-y^2}$	(ঘ) $(x+y)^2$

সমাধান :

(ক) সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের হর	→	(গ) হরগুলোর ল.সা.গু.
(খ) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)}$	→	(ক) $x-y$
(গ) $\frac{x^2-y^2}{x+y} \div \frac{x-y}{(x+y)} \times \frac{1}{x+y}$	→	(খ) 1
(ঘ) $\frac{(x+y)^2}{x-y} \div \frac{x-y}{x+y} \times \frac{(x-y)^3}{x^2-y^2}$	→	(ঘ) $(x+y)^2$

৬। গুণ কর :

- (ক) $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{7z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$
- (খ) $\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$
- (গ) $\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$
- (ঘ) $\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$
- (ঙ) $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}$ এবং $\frac{x+y}{x^3+y^3}$
- (চ) $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $1+\frac{1-x}{x}$
- (ছ) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}, \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$
- (জ) $\frac{x^3+y^3}{a^2b+ab^2+b^3}, \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$
- (ঝ) $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$

$$(ক) \frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \text{ এবং } \frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \text{ এবং } \frac{7c^2a^2}{x^2y^2} \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{9x^2y^2}{7y^2z^2} \times \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \times \frac{7c^2a^2}{x^2y^2} \\ &= \frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4} \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$

$$(গ) \frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2} \text{ এবং } \frac{xy}{z^2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2} \text{ এবং } \frac{xy}{z^2} \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{yz}{x^2} \times \frac{xz}{y^2} \times \frac{xy}{z^2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল 1

$$(ঙ) \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2}, \frac{x - y}{x^3 + y^3} \text{ এবং } \frac{x + y}{x^3 + y^3}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2}, \frac{x - y}{x^3 + y^3} \text{ এবং } \frac{x + y}{x^3 + y^3} \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x - y)(x + y)}{(x - y)^2(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)} \end{aligned}$$

$$(খ) \frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4} \text{ এবং } \frac{3y^7z}{10x}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4} \text{ এবং } \frac{3y^7z}{10x} \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{28z^4}{9x^3y^4} \times \frac{3y^7z}{10x} \\ &= \frac{32a^2b^2y^3z^3}{45z^4} \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{32a^2b^2y^3z^3}{45z^4}$

$$(ঘ) \frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x} \text{ এবং } \frac{x^2}{x^2-4x+5}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x} \text{ এবং } \frac{x^2}{x^2-4x+5} \text{ এর গুণফল} \\ &= \frac{(x-1)}{(x+1)} \times \frac{(x-1)(x-1)}{x(x+1)} \times \frac{x^2}{x^2-4x+5} \\ &= \frac{(x-1)(x-1)(x-1)}{(x+1)x(x+1)} \times \frac{x \times x}{(x^2-4x+5)} \\ &= \frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$

$= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)^2}$ <p>নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)^2}$</p> <p>(চ) $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $\left(1 + \frac{1-x}{x}\right)$</p> <p>সমাধান :</p> $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এর গুণফল $= \frac{1-b^2}{1+x} \times \frac{1-x^2}{b+b^2} \times \left(1 + \frac{1-x}{x}\right)$ $= \frac{(1-b)(1+b)(1-x)(1+x)}{(1+x)b(1+b)} \times \left(\frac{x+1-x}{x}\right)$ $= \frac{(1-b)(1-x)}{bx}$ <p>নির্ণেয় গুণফল $\frac{(1-b)(1-x)}{bx}$</p>	<p>(ছ) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}, \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$ এবং $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 9}$</p> <p>সমাধান :</p> $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}, \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$ এবং $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 9}$ এর গুণফল $= \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} \times \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9}$ $= \frac{x^2 - x - 2x + 2}{x^2 - x - 3x + 3} \times \frac{x^2 - 2x - 3 + 6}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 4^2}{x^2 - 3^2}$ $= \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-4)(x+4)}{(x-3)(x+3)}$ $= \frac{(x-1)(x-2)(x-2)(x-3)(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-3)(x-3)(x-4)(x-3)(x+3)}$ $= \frac{(x-2)(x-2)(x+4)}{(x-3)(x-3)(x+3)}$ $= \frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$ <p>নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$</p>
--	--

(জ) $\frac{x^3 + y^3}{a^2b + ab^2 + b^3}, \frac{a^3 - b^3}{x^2 - xy + y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$

সমাধান :

$$\frac{x^3 + y^3}{a^2b + ab^2 + b^3}, \frac{a^3 - b^3}{x^2 - xy + y^2}$$
 এবং $\frac{ab}{x+y}$ এর গুণফল

$$= \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{b(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(x^2 - xy + y^2)} \times \frac{ab}{(x+y)}$$

$$= \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)(a-b)(a^2 + ab + b^2)ab}{b(a^2 + ab + b^2)(x^2 - xy + y^2)(x+y)}$$

$$= a(a-b)$$

নির্ণেয় গুণফল $a(a-b)$

$$(ব) \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}{x^2 - y^2} \text{ এবং } \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$$

সমাধান :

$$\frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}{x^2 - y^2} \text{ এবং } \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{(x+y)^3}{(a+b)^3} \times \frac{(a+b)^3}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$$

$$= \frac{(x+y)^3 (a+b)^3 (x-y)^2}{(a+b)^3 (x-y)(x+y)(x+y)^2}$$

$$= x - y$$

নির্ণেয় গুণফল $x - y$

৭। ভাগ কর : (প্রথম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা)

$$(ক) \frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$$

$$(খ) \frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^2b}{3c^3}$$

$$(গ) \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$$

$$(ঘ) \frac{x}{y}, \frac{x+y}{y}$$

$$(ঙ) \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}, \frac{a^2 - b^2}{a+b}$$

$$(চ) \frac{x^3 - y^3}{x+y}, \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$(ছ) \frac{a^3 + b^3}{a-b}, \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2}$$

$$(জ) \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}, \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2}$$

$$(ঝ) \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36}, \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56}$$

$$(ক) \frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$$

সমাধান :

$$\frac{3x^2}{2a} \div \frac{4y^2}{15zx}$$

$$= \frac{3x^2}{2a} \times \frac{15zx}{4y^2}$$

$$= \frac{45x^2z}{8ay^2}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{45x^2z}{8ay^2}$

$$(খ) \frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^2b}{3c^3}$$

সমাধান :

$$\frac{9a^2b^2}{4c^2} \div \frac{16a^2b}{3c^3}$$

$$= \frac{9a^2b^2}{4c^2} \times \frac{3c^3}{16a^2b}$$

$$= \frac{27bc}{64a}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{27bc}{64a}$

$$(গ) \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3} \div \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz} \\ &= \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3} \times \frac{12xyz}{7a^2b^2c^2} \\ &= \frac{21a^4b^4b^4 \times 12xyz}{4x^3y^3z^3 \times 7a^2b^2c^2} \\ &= \frac{9a^2b^2b^2}{x^2y^2z^2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{9a^2b^2b^2}{x^2y^2z^2}$

$$(ঙ) \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}, \frac{a^2-b^2}{a+b}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \div \frac{a^2-b^2}{a+b} \\ &= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \times \frac{a+b}{a^2-b^2} \\ &= \frac{(a+b)(a+b)(a+b)}{(a-b)(a-b)(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$

$$(ঘ) \frac{x}{y}, \frac{x+y}{y}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x}{y} \div \frac{x+y}{y} \\ &= \frac{x}{y} \times \frac{y}{x+y} \\ &= \frac{x}{x+y} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{x}{x+y}$

$$(চ) \frac{x^3-y^3}{x+y}, \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^3-y^3}{x+y} \div \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2} \\ &= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} \times \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2} \\ &= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{(x^2+xy+y^2)} \\ &= (x-y)(x-y) \\ &= (x-y)^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $(x-y)^2$

$$(ছ) \frac{a^3 + b^3}{a - b}, \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{a^3 + b^3}{a - b} \div \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{(a - b)} \times \frac{(a - b)(a + b)}{(a^2 - ab + b^2)} \\ &= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{(a - b)} \times \frac{(a - b)(a + b)}{(a^2 - ab + b^2)} \\ &= (a + b)(a + b) \\ &= (a + b)^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $(a + b)^2$

$$(ঝ) \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36}, \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36} \div \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56} \\ &= \frac{x^2 - 6x + 5x - 30}{x^2 - 6^2} \times \frac{x^2 + 8x - 7x - 56}{x^2 + 8x + 5x + 40} \\ &= \frac{(x - 6)(x + 5)}{(x - 6)(x + 6)} \times \frac{(x + 8)(x - 7)}{(x + 8)(x + 5)} \\ &= \frac{(x - 7)}{(x + 6)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(x - 7)}{(x + 6)}$

$$(জ) \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}, \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2} \\ &= \frac{x^2 - 3x - 4x + 12}{x^2 - 2^2} \times \frac{x^2 - 2x - x + 2}{x^2 - 4^2} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 4)}{(x - 2)(x + 2)} \times \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 4)(x + 4)} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x + 4)} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x + 4)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x + 4)}$

৮। সরল কর :

$$(ক) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \quad (খ) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$(গ) \left(1 - \frac{c}{a+b}\right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c}\right)$$

$$(ঘ) \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a}\right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}\right)$$

$$(ঙ) \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y}\right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2 - y^2}\right)$$

$$(চ) \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1\right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y}\right)$$

$$(ছ) \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b}\right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right)$$

$$(জ) \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} - 1\right) \div \left(\frac{a^3-b^3}{a-b} - 3ab\right)$$

$$(ঝ) \frac{(x+y)^2 - 4xy}{(a+b)^2 - 4ab} \div \frac{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}$$

$$(ঞ) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1\right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1\right)$$

$$(ক) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$$

সমাধান :

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$$

$$= \frac{y+x}{xy} \times \frac{y-x}{xy}$$

$$= \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \quad \text{নির্ণয়ে সরলফল} \quad \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2}$$

$$(খ) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \\ &= \left\{ \frac{1-x+2x}{(1-x)(1+x)} \right\} \left(\frac{x-1}{x^2} \right) \\ &= \frac{(1+x)}{(1-x)(1+x)} \times \frac{(x-1)}{x^2} \\ &= \frac{-(1-x)}{(1-x)x^2} \\ &= -\frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $-\frac{1}{x^2}$

$$(গ) \left(1 - \frac{c}{a+b} \right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{c}{a+b} \right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c} \right) \\ &= \left(\frac{a+b-c}{a+b} \right) \left\{ \frac{a(a+b-c) - a(a+b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)} \right\} \\ &= \frac{(a+b-c)}{a+b} \times \frac{a^2 + ab - ca - a^2 - ab - ca}{(a+b+c)(a+b-c)} \\ &= \frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)}$

$$(ঘ) \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a} \right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a} \right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} \right) \\ &= \frac{1(1-a) + a(1+a)}{(1+a)(1-a)} \times \frac{1(1+a+a^2) - 1(1+a^2)}{(1+a^2)(1+a+a^2)} \\ &= \frac{1-a+a+a^2}{(1+a)(1-a)} \times \frac{1+a+a^2-1-a^2}{(1+a^2)(1+a+a^2)} \\ &= \frac{1+a^2}{(1+a)(1-a)} \times \frac{a}{(1+a^2)(1+a+a^2)} \\ &= \frac{a(1+a^2)}{(1+a)(1-a)(1+a^2)(1+a+a^2)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{a(1+a^2)}{(1+a)(1-a)(1+a^2)(1+a+a^2)}$

$$(ঙ) \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y} \right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y} \right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2} \right) \\ &= \frac{x(2x+y) + x(2x-y)}{(2x-y)(2x+y)} \times \frac{4(x^2-y^2) + 3y^2}{x^2-y^2} \\ &= \frac{4x^2}{(4x^2-y^2)} \times \frac{(4x^2-y^2)}{(x^2-y^2)} \\ &= \frac{4x^2}{(x^2-y^2)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{4x^2}{(x^2-y^2)}$

$$(চ) \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1 \right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1 \right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y} \right) \\ &= \frac{2x+y-1(x+y)}{x+y} \div \frac{1(x+y)-y}{x+y} \\ &= \frac{2x+y-x-y}{(x+y)} \times \frac{(x+y)}{x+y-y} \\ &= \frac{x}{1} \times \frac{1}{x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল 1

$$(ছ) \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b} \right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b} \right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right) \\ &= \frac{a(a-b)+b(a+b)}{(a-b)(a+b)} \div \frac{a(a+b)-b(a-b)}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{a^2-ab+ab+b^2}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{a^2+ab-ab+b^2} \\ &= \frac{(a^2+b^2)}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{(a^2+b^2)} \\ &= \frac{(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল 1

$$(জ) \left(\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1 \right) \div \left(\frac{a^3 - b^3}{a - b} - 3ab \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1 \right) \div \left(\frac{a^3 - b^3}{a - b} - 3ab \right) \\ &= \left(\frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2ab} \right) \div \left(\frac{a^3 - b^3 - 3ab(a - b)}{a - b} \right) \\ &= \frac{(a - b)^2}{2ab} \times \frac{(a - b)}{(a - b)^3} \\ &= \frac{1}{2ab} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{2ab}$

$$(ঝ) \frac{(x + y)^2 - 4xy}{(a + b)^2 - 4ab} \div \frac{x^3 - y^3 - 3xy(x - y)}{a^3 - b^3 - 3ab(a - b)}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{(x + y)^2 - 4xy}{(a + b)^2 - 4ab} \div \frac{x^3 - y^3 - 3xy(x - y)}{a^3 - b^3 - 3ab(a - b)} \\ &= \frac{(x - y)^2}{(a - b)^2} \div \frac{(x - y)^3}{(a - b)^3} \quad [\because (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \text{ সূত্র মতে}] \\ &= \frac{(x - y)^2}{(a - b)^2} \times \frac{(a - b)^3}{(x - y)^3} \\ &= \frac{a - b}{x - y} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{a - b}{x - y}$

$$(৫৩) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1 \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1 \right) \\ &= \left(\frac{a^2 + b^2 + ab}{ab} \right) \div \left(\frac{a^2 + ab + b^2}{b^2} \right) \\ &= \frac{(a^2 + b^2 + ab)}{ab} \times \frac{b^2}{(a^2 + ab + b^2)} \\ &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{b}{a}$

৯। সরল কর।

$$(ক) \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$(খ) \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y} \right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right)$$

$$(গ) \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$$

$$(ঘ) \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$$

$$(ক) \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

সমাধান :

$$\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x^2 + 5x - 3x - 15}{x^2 + 4x - 3x - 12} \div \frac{x^2 - 5^2}{x^2 - 5x + 4x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 3x - 2x + 6} \\
 &= \frac{(x+5)(x-3)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{(x-5)(x+4)}{(x-5)(x+5)} \times \frac{(x-2)}{(x-3)(x-2)} \\
 &= \frac{(x+5)(x-3)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{(x-5)(x+4)}{(x-5)(x+5)} \times \frac{(x-2)}{(x-3)(x-2)} \\
 &= \frac{1}{(x-3)}
 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{(x-3)}$

$$(খ) \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y} \right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y} \right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \\
 &= \frac{x(x+y) - x(x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{y(x+y) - y(x-y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{(x+y)(x+y) + (x-y)(x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{(x+y)(x+y) + (x-y)(x-y)}{(x-y)(x-y)} \\
 &= \frac{x^2 + xy - x^2 + xy}{(x-y)(x+y)} \div \frac{xy + y^2 - xy + y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{2x^2 + 2y^2}{(x-y)(x+y)} \div \frac{4xy}{(x-y)(x-y)} \\
 &= \frac{2xy}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{2y^2} + \frac{2(x^2 + y^2)}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x-y)}{4xy} \\
 &= \frac{x}{y} + \frac{x^2 + y^2}{2xy} \\
 &= \frac{2x^2 + x^2 + y^2}{2xy} \\
 &= \frac{3x^2 + y^2}{2xy}
 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{3x^2 + y^2}{2xy}$

$$(গ) \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} \\ &= \frac{x^2 + 3x - x - 3}{x^2 + 2x - x - 2} \div \frac{x^2 + 3x - 2x - 6}{x^2 - 2^2} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+3)(x-2)} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+3)(x-2)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল = 1

$$(ঘ) \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2} \\ &= \frac{(a-b)(a+b)(a^2 + b^2)}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a^2 + ab + b^2)}{(a+b)} \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $a^2 + b^2$

ষষ্ঠ অধ্যায় 6.1 সরল সহসমীকরণ

উদাহরণ ১। সমাধান কর : $x + y = 7$
 $x - y = 3$

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + y = 7 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 3 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$x = y + 3 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$y + 3 + y = 7$$

$$\text{বা, } 2y = 7 - 3$$

$$\text{বা, } 2y = 4$$

$$\therefore y = 2$$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 2$ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 + 3$$

$$\therefore x = 5$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (5, 2)$

উদাহরণ ২। সমাধান কর :

$$x + 2y = 9$$

$$2x - y = 3$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + 2y = 9 \dots\dots\dots (1)$$

$$2x - y = 3 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$y = 2x - 3 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (1) এ y - এর মান বসিয়ে পাই,

$$x + 2(2x - 3) = 9$$

$$\text{বা, } x + 4x - 6 = 9$$

$$\text{বা, } 5x = 9 + 6$$

$$\text{বা, } 5x = 15$$

$$\text{বা, } x = \frac{15}{5}$$

$$\therefore x = 3$$

এখন x - এর মান সমীকরণ (3) - এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 3 - 3 \\ = 6 - 3$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 3)$

উদাহরণ ৩। সমাধান কর :

$$2y + 5z = 16$$

$$y - 2z = -1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$2y + 5z = 16 \dots\dots\dots (1)$$

$$y - 2z = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$y = 2z - 1 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (1) এ y - এর মান বসিয়ে পাই,

$$2(2z - 1) + 5z = 16$$

$$\text{বা, } 4z - 2 + 5z = 16$$

$$\text{বা, } 9z = 16 + 2$$

$$\text{বা, } 9z = 18$$

$$\text{বা, } z = \frac{18}{9}$$

$$\therefore z = 2$$

এখন z - এর মান সমীকরণ (3) - এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 2 - 1$$

$$\text{বা, } y = 4 - 1$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(y, z) = (3, 2)$

উদাহরণ ৪। সমাধান কর :

$$5x - 4y = 6$$

$$x + 2y = 4$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$5x - 4y = 6 \dots\dots\dots (1)$$

$$x + 2y = 4 \dots\dots\dots (2)$$

এখানে, সমীকরণ (1) কে 1 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$5x - 4y = 6 \dots\dots\dots (3)$$

$$2x + 4y = 8 \dots\dots\dots (4)$$

(3) ও (4) সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$7x = 14$$

$$\text{বা, } x = \frac{14}{7}$$

$$\therefore x = 2$$

সমীকরণ (2) - এ x - এর মান বসিয়ে পাই,

$$2 + 2y = 4$$

$$\text{বা, } 2y = 4 - 2$$

$$\text{বা, } 2y = 2$$

$$\therefore y = 1$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

উদাহরণ ৫। সমাধান কর :

$$x + 4y = 14$$

$$7x - 3y = 4$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + 4y = 14 \dots\dots\dots (1)$$

$$7x - 3y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 4 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$3x + 12y = 42 \dots\dots\dots (3)$$

$$28x - 12y = 20 \dots\dots\dots (4)$$

$$31x = 62 \quad (\text{যোগ করে})$$

$$\text{বা, } x = \frac{62}{31}$$

$$\therefore x = 2$$

এখন x এর মান সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$2 + 4y = 14$$

$$\text{বা, } 4y = 14 - 2$$

$$\text{বা, } 4y = 12$$

$$\text{বা, } 4y = \frac{12}{4}$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

উদাহরণ ৬। সমাধান কর :

$$\begin{aligned}5x - 3y &= 9 \\3x - 5y &= -1\end{aligned}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$5x - 3y = 9 \dots\dots\dots (1)$$

$$3x - 5y = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 5 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$25x - 15y = 45 \dots\dots\dots (3)$$

$$9x - 15y = -3 \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{array}{r}(-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline\end{array}$$

$$16x = 48 \quad (\text{বিয়োগ করে})$$

$$\text{বা, } x = \frac{48}{16}$$

$$\therefore x = 3$$

সমীকরণ (1) - এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$5 \times 3 - 3y = 9$$

$$\text{বা, } 15 - 3y = 9$$

$$\text{বা, } -3y = 9 - 15$$

$$\text{বা, } -3y = -6$$

$$\text{বা, } y = \frac{-6}{-3}$$

$$\therefore y = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$

অনুশীলনী ৬.১

(ক) প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর(১- ১২) :

$$\begin{aligned}১। \quad x + y &= 4 \\x - y &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}২। \quad 2x + y &= 5 \\x - y &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}৩। \quad 3x + 2y &= 10 \\x - y &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}৪। \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\ \frac{x}{a} - \frac{y}{b} &= \frac{1}{a} - \frac{1}{b}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}৫। \quad 3x - 2y &= 0 \\17x - 7y &= 13\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}৬। \quad x - y &= 2a \\ax + by &= a^2 + b^2\end{aligned}$$

৭। $ax + by = ab$
 $bx + ay = ab$

৮। $ax - by = ab$
 $bx - ay = ab$

৯। $ax - by = a - b$
 $bx + ay = a + b$

১০। $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$
 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$

১১। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$
 $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{2}{a} - \frac{1}{b}$

১২। $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$
 $x - y = -1$

১। $x + y = 4$
 $x - y = 2$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$x + y = 4$ (1)

$x - y = 2$ (2)

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$x = y + 2$ (3)

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$y + 2 + y = 4$

বা, $2y = 4 - 2$

বা, $2y = 2$

$\therefore y = 1$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$x = 1 + 2$

$\therefore x = 3$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 1)$

৩। $3x + 2y = 10$
 $x - y = 0$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$3x + 2y = 10$ (1)

$x - y = 0$ (2)

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$x = y$ (3)

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

২। $2x + y = 5$
 $x - y = 1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$2x + y = 5$ (1)

$x - y = 1$ (2)

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$x = y + 1$ (3)

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$2(y + 1) + y = 5$

বা, $2y + 2 + y = 5$

বা, $3y = 5 - 2$

বা, $3y = 3$

$\therefore y = 1$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$x = 1 + 1$

$\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

৪। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ (1)

$$3(y) + 2y = 10$$

$$\text{বা, } 3y + 2y = 10$$

$$\text{বা, } 5y = 10$$

$$\text{বা, } y = \frac{10}{5}$$

$$\therefore y = 2$$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 2$ বসিয়ে পাই,

$$x = 2$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2)$

৫। $3x - 2y = 0$
 $17x - 7y = 13$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$3x - 2y = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$17x - 7y = 13 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$3x = 2y$$

$$\text{বা, } x = \frac{2y}{3} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (2) বসিয়ে পাই,

$$17 \cdot \frac{2y}{3} - 7y = 13$$

$$\text{বা, } \frac{34y}{3} - 7y = 13$$

$$\text{বা, } \frac{34y - 21y}{3} = 13$$

$$\text{বা, } \frac{13y}{3} = 13$$

$$\text{বা, } 13y = 39$$

$$\text{বা, } y = \frac{39}{13}$$

$$\therefore y = 3$$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = 3$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে $\frac{x}{a}$ এর মানটি সমীকরণ (1) -

এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{y}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{2y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{2y}{b} = \frac{2}{b}$$

$$\text{বা, } 2y = 2 \text{ [উভয় পক্ষে } b \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\therefore y = 1$$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a} = \frac{1}{a}$$

$$\therefore x = 1 \text{ [উভয় পক্ষে } a \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

৬। $x - y = 2a$
 $ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x - y = 2a \dots\dots\dots (1)$$

$$ax + by = a^2 + b^2 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$x = 2a + y \dots\dots\dots (3)$$

$$x = \frac{2 \times 3}{3}$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

৭। $ax + by = ab$

$$bx + ay = ab$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$ax + by = ab \dots\dots\dots (1)$$

$$bx + ay = ab \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$ax + by = bx + ay$$

$$\text{বা, } ax - bx = ay - by$$

$$\text{বা, } x(a - b) = y(a - b)$$

$$\text{বা, } x = \frac{y(a - b)}{(a - b)}$$

$$\therefore x = y \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$$ay + by = ab$$

$$\text{বা, } y(a + b) = ab$$

$$\therefore y = \frac{ab}{a + b}$$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = \frac{ab}{a + b}$ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{ab}{a + b}$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{ab}{a + b}, \frac{ab}{a + b} \right)$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (2) বসিয়ে পাই,

$$(2a + y)a + by = a^2 + b^2$$

$$\text{বা, } 2a^2 + ay + by = a^2 + b^2$$

$$\text{বা, } y(a + b) = a^2 + b^2 - 2a^2$$

$$\text{বা, } y(a + b) = b^2 - a^2$$

$$\text{বা, } y = \frac{(b + a)(b - a)}{(a + b)}$$

$$\text{বা, } y = \frac{(a + b)(b - a)}{(a + b)}$$

$$\therefore y = b - a$$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = b - a$ বসিয়ে পাই,

$$x = b - a + 2a$$

$$\therefore x = a + b$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (a + b, a - b)$

৮। $ax - by = ab$

$$bx - ay = ab$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$ax - by = ab \dots\dots\dots (1)$$

$$bx - ay = ab \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$ax - by = bx - ay$$

$$\text{বা, } ax - bx = by - ay$$

$$\text{বা, } x(a - b) = y(b - a)$$

$$\text{বা, } x = \frac{-y(a - b)}{(a - b)}$$

$$\therefore x = -y \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$$a(-y) - by = ab$$

$$\text{বা, } -ay - by = ab$$



৯। $ax - by = a - b$

$ax + by = a + b$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$ax - by = a - b$ (1)

$ax + by = a + b$ (2)

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$ax = a - b + by$

$\therefore x = \frac{a - b + by}{a}$ (3)

সমীকরণ (2) এ x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$a \cdot \frac{a - b + by}{a} + by = a + b$

বা, $a - b + by + by = a + b$

বা, $2by = a + b - a + b$

বা, $2by = 2b$

বা, $y = \frac{2b}{2b}$

$\therefore y = 1$

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$x = \frac{a - b + b}{a}$

বা, $x = \frac{a}{a}$

$\therefore x = 1$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

বা, $-y(a + b) = ab$

$\therefore y = -\frac{ab}{a + b}$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = -\frac{ab}{a + b}$ বসিয়ে

পাই,

$x = -\left(-\frac{ab}{a + b}\right)$

$\therefore x = \frac{ab}{a + b}$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{ab}{a + b}, \frac{-ab}{a + b}\right)$

১১। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{a} - \frac{1}{a}$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ (1)

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{a} - \frac{1}{a}$ (2)

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{xb + ay}{ab} = \frac{2b + a}{ab}$

বা, $\frac{xb + ay}{ab} = \frac{2b + a}{ab}$

বা, $xb + ay = 2b + a$

বা $xb = 2b + a - ay$



$$501 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{y} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) এর $\frac{1}{x}$ এর মান সমীকরণ (1) এ

বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1+1}{y} = \frac{5-1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = \frac{4}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = \frac{4}{6}$$

$$\text{বা, } 4y = 12$$

$$\text{বা, } y = \frac{12}{4}$$

$$\therefore y = 3$$

$$\therefore x = \frac{2b + a - ay}{b} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (2) এর x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{2b + a - ay}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$$

$$\text{বা, } \frac{2b + a - ay}{b} \times \frac{1}{b} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a} + \frac{y}{a}$$

$$\text{বা, } \frac{2b + a - ay}{b^2} = \frac{2a - b + by}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{2b + a - ay}{b} = \frac{2a - b + by}{a}$$

$$\text{বা, } 2ab + a^2 - a^2y = 2ab - b^2 + b^2y$$

$$\text{বা, } a^2 - a^2y = 2ab - b^2 + b^2y - 2ab$$

$$\text{বা, } -a^2y - b^2y = -b^2 - a^2$$

$$\text{বা, } -y(a^2 + b^2) = -(a^2 + b^2)$$

$$\therefore y = 1$$

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{2b + a - a(1)}{b}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2b + a - a}{b}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2b}{b}$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

$$521 \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

$$x - y = -1$$

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y = 3$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1+2}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{3}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$x = y - 1 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (1) এর x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{a}{y-1} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{ay + by - b}{y(y-1)} = \frac{3a + 2b}{6}$$

$$\text{বা, } 3ay^2 + 2by^2 - 3ay - 2by = 6ay + 6by - 6b$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (9a + 8b)y + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (9a + 8b)y + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (3a + 2b)3y - 2by + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)(y^2 - 3y) - 2b(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y(y - 3) - 2b(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 3)\{(3a + 2b)y - 2b\} = 0$$

এখানে,

$y - 3 = 0$	অথবা, $(3a + 2b)y - 2b = 0$
$\therefore y = 3$	বা, $(3a + 2b)y = 2b$
	$\therefore y = \frac{2b}{3a + 2b}$

y এর মান (3) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x = 3 - 1$	যখন $y = 3$
$= 2$	

অথবা,

$x = \frac{2b}{3a + 2b} - 1$	যখন $y = \frac{2b}{3a + 2b}$
------------------------------	------------------------------

$$\begin{aligned} &= \frac{2b - 3a - 2b}{3a + 2b} \\ &= \frac{-3a}{3a + 2b} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3) \left(\frac{-3a}{3a+2b}, \frac{2a}{3a+2b} \right)$

(খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১৩- ২৬) :

১৩। $x - y = 4$
 $x + y = 6$

১৪। $2x + 3y = 7$
 $6x - 7y = 5$

১৫। $4x + 3y = 15$
 $5x + 4y = 19$

১৬। $3x - 2y = 5$
 $2x + 3y = 12$

১৭। $4x - 3y = -1$
 $3x - 2y = 0$

১৮। $3x - 5y = -9$
 $5x - 3y = 1$

১৯। $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$
 $\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$

২০। $x + ay = b$
 $ax - by = c$

২১। $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$
 $x - \frac{y}{3} = 3$

২২। $\frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1$
 $\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3$

২৩। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$
 $\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$

২৪। $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$
 $x - y = -1$

২৫। $\frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2$
 $\frac{x}{4} - \frac{1}{y} = 1$

২৬। $x + y = a - b$
 $ax - by = a^2 + b^2$

১৩। $x - y = 4$

$x + y = 6$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$x - y = 4$ (1)

$x + y = 6$ (2)

$2x = 10$ (+ করে)

বা, $x = \frac{10}{2}$

$\therefore x = 5$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$5 + y = 6$

বা, $y = 6 - 5$

$\therefore y = 1$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (5, 1)$

১৫। $4x + 3y = 15$

$5x + 4y = 19$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$4x + 3y = 15$ (1)

$5x + 4y = 19$ (2)

সমীকরণ (1) কে 4 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3

দ্বারা গুণ করে পাই,

$16x + 12y = 60$ (1)

$15x + 12y = 57$ (2)

(-) (+) (-)

$x = 3$ (- করে)

$\therefore x = 3$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$4(3) + 3y = 15$

বা, $12 + 3y = 15$

বা, $3y = 15 - 12$

১৪। $2x + 3y = 7$

$6x - 7y = 5$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$2x + 3y = 7$ (1)

$6x - 7y = 5$ (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 1

দ্বারা গুণ করে পাই,

$6x + 9y = 21$ (1)

$6x - 7y = 5$ (2)

(-) (+) (-)

$16y = 16$ (- করে)

বা, $y = \frac{16}{16}$

$\therefore y = 1$

y এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$2x + 3(1) = 7$

বা, $2x + 3 = 7$

বা, $2x = 7 - 3$

বা, $x = \frac{4}{2}$

$\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

১৬। $3x - 2y = 5$

$2x + 3y = 12$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$3x - 2y = 5$ (1)

$2x + 3y = 12$ (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2

দ্বারা গুণ করে পাই,

বা, $3y = 3$

$\therefore y = 1$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 1)$

১৭। $4x - 3y = -1$

$3x - 2y = 0$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$4x - 3y = -1$ (1)

$3x - 2y = 0$ (2)

সমীকরণ (1) কে 2 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$8x - 6y = -2$ (1)

$9x - 6y = 0$ (2)

(-) (+) (-)

$-x = -2$ (- করে)

$\therefore x = 2$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$3(2) - 2y = 0$

বা, $6 - 2y = 0$

বা, $-2y = -6$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

১৯। $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$

$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$

বা, $\frac{x+y}{2} = 3$

$9x - 6y = 15$ (1)

$4x + 6y = 24$ (2)

(-) (+) (-)

$13x = 39$ (+ করে)

বা, $x = \frac{39}{13}$

$\therefore x = 3$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$(3)2 + 3y = 12$

বা, $6 + 3y = 12$

বা, $3y = 12 - 6$

বা, $3y = 6$

$\therefore y = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$

১৮। $3x - 5y = -9$

$5x - 3y = 1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$3x - 5y = -9$ (1)

$5x - 3y = 1$ (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 5 দ্বারা গুণ করে পাই,

$9x - 15y = -27$ (1)

$25x - 15y = 5$ (2)

(-) (+) (-)

$-16x = -32$ (- করে)

$\therefore x = 2$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$3(2) - 5y = -9$

বা, $6 - 5y = -9$

বা, $-5y = -9 - 6$

বা, $-5y = -15$

$\therefore y = 3$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

বা, $x + y = 6$ (1)

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$$

বা, $\frac{x - y}{2} = 1$

বা, $x - y = 2$ (2)

সমীকরণ (1) ও (2) নিচে নিচে লিখে পাই,

$$x + y = 6 \text{ (1)}$$

$$x - y = 2 \text{ (2)}$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline 2x = 8 \text{ (+ করে)} \end{array}$$

বা, $x = \frac{8}{2}$

$\therefore x = 4$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$4 + y = 6$$

বা, $y = 6 - 4$

$\therefore y = 2$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 2)$

২১। $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$

$$x - \frac{y}{3} = 3$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3 \text{ (1)}$$

$$x - \frac{y}{3} = 3 \text{ (2)}$$

$$\begin{array}{r} \hline x + \frac{x}{2} = 6 \text{ (+ করে)} \end{array}$$

২০। $x + ay = b$

$$ax - by = c$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + ay = b \text{ (1)}$$

$$ax - by = c \text{ (2)}$$

সমীকরণ (1) কে a দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$ax + a^2y = ab \text{ (1)}$$

$$ax - by = c \text{ (2)}$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline a^2y + by = ab - c \text{ (- করে)} \end{array}$$

বা, $(a^2 + b)y = ab - c$

$$\therefore y = \frac{ab - c}{a^2 + b}$$

y এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$ax - by = c$$

বা, $ax = c + by$

বা, $ax = c + b \cdot \frac{ab - c}{a^2 + b}$

বা, $ax = c + \frac{ab^2 - bc}{a^2 + b}$

বা, $ax = \frac{c(a^2 + b) + ab^2 - bc}{a^2 + b}$

বা, $ax = \frac{ca^2 + bc + ab^2 - bc}{a^2 + b}$

বা, $ax = \frac{ca^2 + ab^2}{a^2 + b}$

বা, $x = \frac{a(ca + b^2)}{a(a^2 + b)}$

$$\therefore x = \frac{ca + b^2}{a^2 + b}$$

বা, $\frac{2x+x}{2} = 6$

বা, $2x+x = 12$

বা, $3x = 12$

বা, $x = \frac{12}{3}$

$\therefore x = 4$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$4 - \frac{y}{3} = 3$

বা, $-\frac{y}{3} = 3 - 4$

বা, $-\frac{y}{3} = -1$

বা, $-y = -3$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 3)$

২৩। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ (1)

$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$ (2)

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং (2) নং কে a দ্বারা গুণ করে পাই,

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{ca+b^2}{a^2+b}, \frac{ab-c}{a^2+b} \right)$

২২। $\frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1$

$\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1$ (1)

$\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3$ (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং (2) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$x + \frac{6}{y} = 3$ (3)

$\frac{x}{2} - \frac{6}{y} = 6$ (4)

$x + \frac{x}{2} = 9$ (+ করে)

বা, $\frac{2x+x}{2} = 9$

বা, $2x+x = 18$

বা, $3x = 18$

বা, $x = \frac{18}{3}$

$\therefore x = 6$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{6}{3} + \frac{2}{y} = 1$

$$\frac{bx}{a} + y = \frac{2b}{a} + 1 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{ax}{b} - y = \frac{2a}{b} - 1 \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{bx}{a} + \frac{bx}{b} = \frac{2b}{a} + \frac{2a}{b} \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2x + a^2x}{ab} = \frac{2b^2 + 2a^2}{ab}$$

$$\text{বা, } x(b^2 + a^2) = 2(b^2 + a^2)$$

$$\text{বা, } x = 2 \frac{(b^2 + a^2)}{(b^2 + a^2)}$$

$$\therefore x = 2$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{2}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{a}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{b} = \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{b} = \frac{1}{b}$$

$$\therefore y = 1$$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1)

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = 1 - \frac{6}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = 1 - 2$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = -1$$

$$\therefore y = -2$$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (4, 3)

$$28 \mid \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

$$x - y = -1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) নং হতে,

$$x = y - 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{y-1} \text{ [উভয় পক্ষের বিপরীত রাশি নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{a}{y-1} \text{ [উভয় পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\therefore \frac{a}{x} = \frac{a}{y-1} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (3) বিয়োগ করে পাই,

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} - \frac{a}{x} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} - \frac{a}{y-1}$$

$$\text{বা, } \frac{b}{y-1} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

$$২৫। \frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2$$

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{y} = 1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{y} = 1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 1 দ্বারা এবং (2) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{2}{y} = 2 \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{2} = 4 \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3x}{6} = 4$$

$$\text{বা, } 4x = 24$$

$$\text{বা, } x = \frac{24}{4}$$

$$\therefore x = 6$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{6}{6} + \frac{2}{y} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = 2 - 1$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = 1$$

$$\therefore y = 2 \text{ নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (6, 2)$$

$$\text{বা, } \frac{ay + by - b}{y(y-1)} = \frac{3a + 2b}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{ay + by - b}{(y^2 - y)} = \frac{3a + 2b}{6}$$

$$3ay^2 + 2by^2 - 3ay - 2by =$$

$$\text{বা, } 6ay + 6by - 6b$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (9a + 6b)y + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (3a + 2b)3y - 2by + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)(y^2 - 3y) - 2b(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y(y - 3) - 2b(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 3)\{(3a + 2b)y - 2b\} = 0$$

$$\text{বা, } y - 3 = 0 \text{ অথবা } (3a + 2b)y - 2b = 0$$

$$\therefore y = 3 \quad \left| \quad (3a + 2b)y - 2b = 0\right.$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y = 2b$$

$$\therefore y = \frac{2b}{3a + 2b}$$

এর মান (3) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x = 3 - 1 \quad \left| \quad \text{যখন } y = 3\right.$$

$$\therefore x = 2$$

আবার,

$$x = \frac{2b}{3a + 2b} - 1 \quad \left| \quad \text{যখন}\right.$$

$$y = \frac{2b}{3a + 2b}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2b - 3a - 2b}{3a + 2b}$$

$$x = \frac{-3a}{3a + 2b}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, 3), \left(\frac{-3a}{3a+2b}, \frac{2b}{3a+2b} \right)$$

২৬। $x + y = a - b$

$$ax - by = a^2 + b^2$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + y = a - b \dots\dots\dots (1)$$

$$ax - by = a^2 + b^2 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং (2) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$bx + by = ab - b^2 \dots\dots\dots (3)$$

$$ax - by = a^2 + b^2 \dots\dots\dots (4)$$

$$bx + ax = ab + a^2 \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } x(b + a) = a(b + a)$$

$$\therefore x = a$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$a + y = a - b$$

$$\text{বা, } y = a - a - b$$

$$\therefore y = -b$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (a, -b)$

tanbircox.blogspot.com



ষষ্ঠ অধ্যায় 6.2 বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান

উদাহরণ ১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

মনেকরি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y

প্রথম শর্তানুসারে, $x + y = 60$ (1)

প্রথম শর্তানুসারে, $x - y = 20$ (2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x = 80$$

$$\text{বা, } x = \frac{80}{2}$$

$$\therefore x = 40$$

আবার,

সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই

$$2y = 40$$

$$\text{বা, } y = \frac{40}{2}$$

$$\therefore y = 20$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 40 ও 20।

উদাহরণ ২। ফাইয়াজা ও আয়াজের কতগুলো আপেল কুল ছিল। ফাইয়াজের আপেল কুল থেকে আয়াজকে 10টি আপেল কুল দিলে আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যার তিনগুণ হতো। আর আয়াজের আপেল কুল থেকে ফাইয়াজকে 20টি দিলে ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা আয়াজের সংখ্যা দ্বিগুণ হতো। কার কতগুলো আপেল কুল ছিল?

সমাধান :

মনেকরি, ফাইয়াজের আপেল কুল সংখ্যা x টি

এবং আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা y টি

প্রথম শর্তানুসারে,

$$y + 10 = 3(x - 10)$$

$$\text{বা, } y + 10 = 3x - 30$$

$$\text{বা, } 3x - y = 30 + 10$$

$$\text{বা, } 3x - y = 40 \text{(1)}$$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$$x + 20 = 2(y - 20)$$

$$\text{বা, } x + 20 = 2y - 40$$

$$\text{বা, } x - 2y = -40 - 20$$

$$\text{বা, } x - 2y = -60 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) কে (2) দ্বারা গুণ করে তা থেকে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$$5x = 140$$

$$\text{বা, } x = \frac{140}{5}$$

$$\therefore x = 28$$

x - এর মান সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$3 \times 28 - y = 40$$

$$\text{বা, } -y = 40 - 84$$

$$\text{বা, } -y = -44$$

$$\therefore y = 44$$

সুতারাং, ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা 28 টি আর আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা 44 টি

উদাহরণ ৩। 10 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 4 : 1। 10 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে 2 : 1। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, পিতার বর্তমান বয়স x বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স y বছর

প্রথম শর্তানুসারে,

$$(x - 10) : (y - 10) = 4 : 1$$

$$\text{বা, } \frac{x - 10}{y - 10} = \frac{4}{1}$$

$$\text{বা, } x - 10 = 4y - 40$$

$$\text{বা, } x - 4y = -40 + 10$$

$$\therefore x - 4y = -30 \dots\dots\dots(1)$$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$$(x + 10) : (y + 10) = 2 : 1$$

$$\text{বা, } \frac{x + 10}{y + 10} = \frac{2}{1}$$

$$\text{বা, } x + 10 = 2y + 20$$

$$\text{বা, } x - 2y = 20 - 10$$

$$\therefore x - 2y = 10 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1)ও (2) হতে পাই,

$$\begin{array}{r} x - 4y = -30 \\ x - 2y = 10 \\ \hline -2y = -40 \end{array} \quad [\text{বিয়োগ করে পাই}]$$
$$\text{বা, } y = \frac{-40}{-20}$$
$$\therefore y = 20$$

y এর মান সমীকরণ (2) - এ বসিয়ে পাই,

$$\begin{array}{r} x - 2 \times 20 = 10 \\ \text{বা, } x - 40 = 10 \\ \text{বা, } x = 10 + 40 \\ \therefore x = 50 \end{array}$$

সুতারাং পিতার বর্তমান বয়স 50 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 20 বছর।

উদাহরণ 8। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 7 যোগ করলে যোগফল দশক স্থানীয় অঙ্কটির তিনগুণ হয়। কিন্তু সংখ্যাটি থেকে 18 বাদ দিলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x
এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি y

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = x + 10y$$

১ম শর্তানুসারে, $x + y + 7 = 3y$

$$\text{বা, } x + y - 3y = -7$$

$$\text{বা, } x - 2y = -7 \dots\dots\dots(1)$$

২য় শর্তানুসারে, $x + 10y - 18 = y + 10x$

$$\bullet \text{বা, } x + 10y - y - 10x = 18$$

$$\text{বা, } 9y - 9x = 18$$

$$\text{বা, } 9(y - x) = 18$$

$$\text{বা, } y - x = \frac{18}{9}$$

$$\therefore y - x = 2 \dots\dots\dots(2)$$

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$-y = -5$$

$$\therefore y = 5$$

y এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 5 = -7$$

$$\text{বা, } x = -7 + 10$$

$$\therefore x = 3$$

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় সংখ্যাটি} &= 3 + 10 \times 5 \\ &= 3 + 50 \\ &= 53 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $y \neq 0$.

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+7}{y} = 2$

$$\text{বা, } x+7 = 2y$$

$$\text{বা, } x-2y = -7 \dots\dots\dots(1)$$

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-2} = 1$

$$\text{বা, } x = y-2$$

$$\text{বা, } x-y = -2 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x-2y = -7$$

$$x-y = -2$$

$$-y = -5$$

[বিয়োগ করে]

$$\therefore y = 5$$

আবার, $y = 5$ সমীকরণ (2) - এ বসিয়ে পাই,

$$x-5 = -2$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{5}$

অনুশীলনী ৬.২

১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 100 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y

$$১ম শর্তানুসারে, $x + y = 100$ (1)$$

$$২য় শর্তানুসারে, $x - y = 20$ (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x = 120$$

$$\text{বা, } x = \frac{120}{2}$$

$$\therefore x = 60$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$60 + y = 100$$

$$\text{বা, } y = 100 - 60$$

$$\therefore y = 40$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 60 ও 40.

২। দুইটি সংখ্যার যোগফল 160 এবং একটি অপরের তিনগুণ হলে, সংখ্যাটি দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, একটি সংখ্যা x

অপর সংখ্যাটি $3x$

প্রশ্নমতে,

$$x + 3x = 160$$

$$\text{বা, } 4x = 160$$

$$\text{বা, } x = \frac{160}{4}$$

$$\therefore x = 40$$

\therefore একটি সংখ্যা 40 এবং অপর সংখ্যাটি $40 \times 3 = 120$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 120, 40.

৩। দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুণের সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ যোগ করলে 59 হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে 9 হয়। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রথম সংখ্যা x

দ্বিতীয় সংখ্যা y

১ম শর্তানুসারে, $3x + 2y = 59$ (1)

২য় শর্তানুসারে, $2x - y = 9$ (2)

(2) সমীকরণ থেকে পক্ষান্তর করে পাই,

$$-y = 9 - 2x$$

বা, $y = 2x - 9$ (3)

সমীকরণ (1) এ y মান বসিয়ে পাই,

$$3x + 2(2x - 9) = 59$$

বা, $3x + 4x - 18 = 59$

বা, $7x = 59 + 18$

বা, $7x = 77$

বা, $x = \frac{77}{7}$

$$\therefore x = 11$$

x এর মান সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 11 - 9$$

বা, $y = 22 - 9$

$$\therefore y = 13$$

নির্ণেয় প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যা দুই যথাক্রমে 11 ও 13.

৪। 5 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 3 : 1 এবং 15 বছর পর পিতা- পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে, 2 : 1। পিতা এবং পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান :

বর্তমানে পিতার বয়স x বছর

এবং পুত্রের বয়স y বছর

১ম শর্তানুসারে, $(x - 5) : (y - 5) = 3 : 1$

বা, $\frac{x - 5}{y - 5} = \frac{3}{1}$

বা, $x - 5 = 3y - 15$

বা, $x - 3y = 5 - 15$

$$\text{বা, } x - 3y = -10 \dots\dots\dots(1)$$

২য় শর্তনুসারে, $(x + 15) : (y + 15) = 2 : 1$

$$\text{বা, } \frac{x+15}{y+15} = \frac{2}{1}$$

$$\text{বা, } x + 15 = 2y + 30$$

$$\text{বা, } x - 2y = 30 - 15$$

$$\text{বা, } x - 2y = 15 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) ও সমীকরণ (2) হতে পাই

$$x - 3y = -10$$

$$x - 2y = 15$$

$$-y = -25 \quad [\text{বিয়োগ করে}]$$

$$\therefore y = 25$$

y এর এই মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 25 = 15$$

$$\text{বা, } x - 50 = 15$$

$$\text{বা, } x = 15 + 50$$

$$\therefore x = 65$$

সুতরাং বর্তমানে পিতার বয়স 65 বছর এবং পুত্রের বয়স 25 বছর।

৫। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগ করলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $y \neq 0$

১ম শর্তনুসারে, $\frac{x+5}{y} = 2$

$$\text{বা, } x + 5 = 2y$$

$$\text{বা, } x - 2y = -5 \dots\dots\dots(1)$$

২য় শর্তনুসারে, $\frac{x}{y-1} = 1$

$$\text{বা, } x = y - 1$$

$$\text{বা, } x - y = -1 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x - 2y = -5$$

$$x - y = -1$$

$$-y = -4 \quad [\text{বিয়োগ করে}]$$

$$\therefore y = 4$$

y এর মান (1) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 4 = -5$$

$$\text{বা, } x = 8 - 5$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{4}$.

৬। কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশের লব এবং হরের যোগফল 14 এবং বিয়োগফল 8 হলে, ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}; x < y$

$$1\text{ম শর্তানুসারে, } x + y = 14 \dots\dots\dots(1)$$

$$2\text{য় শর্তানুসারে, } y - x = 8 \dots\dots\dots(2)$$

$$2y = 22 \quad [\text{যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } 2y = 22$$

$$\text{বা, } y = \frac{22}{2}$$

$$\therefore y = 11$$

y এর মান সমীকরণে (1) বসিয়ে পাই,

$$x + 11 = 14$$

$$\text{বা, } x = 14 - 11$$

$$\therefore x = 3$$

\therefore ভগ্নাংশটি $\frac{3}{11}$

নির্ণেয় প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{3}{11}$.

৭। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল 10 এবং বিয়োফল 4 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x
এবং দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্কটি y
 \therefore সংখ্যাটি $10y + x$

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 10$ (1)

২য় শর্তানুসারে, $x - y = 4$ (2)

$$2x = 14 \quad \text{[যোগ করে]}$$

$$\text{বা, } x = \frac{14}{2}$$

$$\therefore x = 7$$

x এর মান সমীকরণে (1) বসিয়ে পাই,

$$7 + y = 10$$

$$\text{বা, } y = 10 - 7$$

$$\therefore y = 3$$

$$\begin{aligned} \text{নির্ণেয় সংখ্যাটি} &= 10 \times 3 + 7 \\ &= 37 \end{aligned}$$

৮। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 25 মিটার বেশি। আয়তাকার ক্ষেত্রটির পরিসীমা 150 মিটার হলে, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ x মিটার

তাহলে, " " দৈর্ঘ্য $(x + 25)$ মিটার

আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

শর্তমতে, $2(x + x + 25) = 150$

$$\text{বা, } 2(2x + 25) = 150$$

$$\text{বা, } 2x + 25 = \frac{150}{2}$$

$$\text{বা, } 2x + 25 = 75$$

$$\text{বা, } 2x = 75 - 25$$

$$\text{বা, } 2x = 50$$

$$\text{বা, } x = \frac{50}{2}$$

$$\therefore x = 25$$

প্রস্থ 25 মিটার এবং দৈর্ঘ্য $(25+25)$ মিটার বা 50 মিটার। **নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার**

৯। একজন বালক দোকান থেকে 15টি খাতা ও 10টি পেন্সিল 300 টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। আবার অন্য একজন বালক একই দোকান থেকে 10টি খাতা ও 15 টি পেন্সিল 250 টাকায় ক্রয়কলো। খাতা ও পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রতিটি খাতার মূল্য x টাকা

এবং " পেন্সিলের " y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $15x + 10y = 300$ (1)

২য় শর্তানুসারে, $10x + 15y = 250$ (2)

(1) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা এবং (2) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$45x + 30y = 900$$
(3)

$$20x + 30y = 500$$
(4)

$$25x = 400$$
 [বিয়োগ করে]

$$\text{বা, } x = \frac{400}{25}$$

$$\therefore x = 16$$

x এর মান সমীকরণ (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$15 \times 16 + 10y = 300$$

$$\text{বা, } 10y = 300 - 240$$

$$\text{বা, } y = \frac{60}{10}$$

$$\therefore y = 6$$

নির্ণেয় খাতার মূল্য 16 টাকা এবং পেন্সিলের মূল্য 6 টাকা।

১০। একজন লোকের নিকট 5000 টাকা আছে। তিনি উক্ত টাকা দুই জনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিলেন যেন, প্রথম জনের টাকা দ্বিতীয় জনের 4 গুণ হয়। আবার প্রথম জন থেকে 1500 টাকা দ্বিতীয় জনকে দিলে উভয়ের টাকার পরিমাণ সমান হয়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রথম জন পায় x টাকা

এবং দ্বিতীয় জন পায় y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 5000$ (1)

২য় শর্তানুসারে, $x - 1500 = y + 1500$

বা, $x - y = 3000$ (2)

(1) ও (2) নং সমীকরণকে যোগ করে করে পাই,

$$x + y = 5000$$

$$x - y = 3000$$

$$2x = 8000 \quad [\text{যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } x = \frac{8000}{2}$$

$$\therefore x = 4000$$

সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$4000 + y = 5000$$

$$\text{বা, } y = 5000 - 4000$$

$$\therefore y = 1000$$

সুতরাং প্রথম জন পাবে 4000 টাকা এবং দ্বিতীয় জন পাবে 1000 টাকা।

১১। লেখের সাহায্যে সমাধান কর :

ক. $x + y = 6$

$$x - y = 2$$

গ. $3x + 2y = 21$

$$2x - 3y = 1$$

ঙ. $x - y = 0$

$$x + 2y = -15$$

খ. $x + 4y = 11$

$$4x - y = 10$$

ঘ. $x + 2y = 1$

$$x - y = 7$$

চ. $4x - 3y = 11$

$$3x - 4y = -2$$

12. $2x - y = 5$ এবং $4x - 2y = 7$ সরল সমীকরণ।

(ক) লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও

(খ) লেখচিত্র থেকে সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) নির্ণয় সমাধান- এর ব্যাখ্যা দাও।

সপ্তম অধ্যায় ৭ সেট

উদাহরণ ১ : প্রথম পাঁচটি বিজোড় সংখ্যার সেট A হলে, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

কাজ :

- ১। সার্কভুক্ত দেশগুলোর নামের সেট লেখ।
- ২। 1 থেকে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট লেখ।
- ৩। 300 ও 400 - এর মধ্যে অবস্থিত 3 দ্বারা বিভাজ্য যেকোনো চারটি সংখ্যার সেট লেখ।

১। সার্কভুক্ত দেশগুলোর নামের সেট লেখ।

সমাধান :

সার্কভুক্ত দেশগুলোর নামের সেট S হলে,

$S = \{\text{ভারত, পাকিস্তান, বাংলাদেশ, শীলংকা, নেপাল, ভূটান, মালদ্বীপ, আফগানিস্তান}\}$

২। 1 থেকে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট লেখ।

সমাধান :

1 থেকে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট P হলে,

$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

৩। 300 ও 400 - এর মধ্যে অবস্থিত 3 দ্বারা বিভাজ্য যেকোনো চারটি সংখ্যার সেট লেখ।

সমাধান :

300 থেকে 400 এর মধ্যে অবস্থিত 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হল 303, 306, 309, 312, 315, 318, এরূপ চারটি সংখ্যার সেট A হলে,

$A = \{303, 306, 309, 312\}$

উদাহরণ ২ : $P = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ সেটটির সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর?

সমাধান :

P সেটের উপাদানসমূহ 4, 8, 12, 16, 20।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান জোড় সংখ্যা, 4- এর গুণিতক এবং 20 - এর বড় নয়।

$\therefore P = \{x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা, } 4 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 20\}$

উদাহরণ ৩ : $Q = \{x : x, 42 - \text{ এর সকল গুণনীয়ক}\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

Q সেটটি 42 - এর গুণনীয়কসমূহের সেট।

এখানে, $42 = 1 \times 42$

$$= 2 \times 21$$

$$= 3 \times 14$$

$$= 6 \times 7$$

$\therefore 42 - \text{ এর গুণনীয়কসমূহ } 1, 2, 3, 6, 7, 21, 42.$

সুতরাং, নির্ণেয় সেট $Q = \{1, 2, 3, 6, 7, 21, 42\}$

কাজ :

১। $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২। $B = \{x : x, 24 - \text{এর গুণনীয়ক}\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

১। $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

A সেটের উপাদানসমূহ 3, 6, 9, 12, 15, 18।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 3 - এর গুণিতক এবং 20 - এর বড় নয়।

$\therefore P = \{x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা, } 3 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 20\}$

২। $B = \{x : x, 24 - \text{এর গুণনীয়ক}\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

B সেটটি 24 - এর গুণনীয়কসমূহের সেট।

এখানে, $24 = 1 \times 24$

$$= 2 \times 12$$

$$= 3 \times 8$$

$$= 4 \times 6$$

$\therefore 24 - \text{এর গুণনীয়কসমূহ } 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.$

সুতরাং, নির্ণেয় সেট $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

উদাহরণ ৪ : $A = \{1, 2, 3\}$ - এর উপসেট সমূহ লেখ।

সমাধান :

A সেটের উপসেট সমূহ নিম্নরূপ :

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \emptyset$

উদাহরণ ৫ : $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$ হলে, সার্বিক সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$

এখানে, B সেটের উপাদান 1, 3, 5 এবং C সেটের উপাদান 3, 4, 5, 6 যা A সেটে বিদ্যমান।

$\therefore B$ এবং C সেটের সাপেক্ষে সার্বিক সেট A .

উদাহরণ ৬ : $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$, এবং $A = \{ 2, 4, 6 \}$, হলে A^c নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

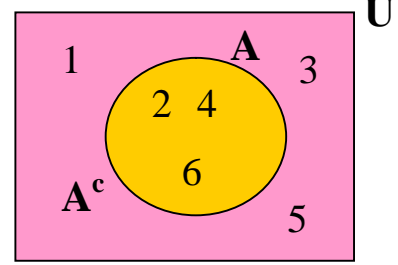
এবং $A = \{ 2, 4, 6 \}$

$A^c = A$ - এর পূরক সেট

= A - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট।

= $\{ 1, 3, 5 \}$

নির্ণেয় সেট $A^c = \{ 1, 3, 5 \}$



কাজ :

$A = \{ a, b, c \}$ হলে, A - এর উপসেটসমূহ নির্ণয় কর এবং যেকোনোতিনটি উপসেট লিখে এদের পূরক সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে,

দেওয়া আছে, $A = \{ a, b, c \}$

A এর উপসেটগুলো নিম্নরূপ:

$\{ a \}, \{ b \}, \{ c \}, \{ a, b \}, \{ a, c \}, \{ b, c \}, \{ a, b, c \}, \emptyset$

A সেটের তিনটি উপসেট $A1 = \{ a \}, A2 = \{ a, b \}$ এবং $A3 = \{ b, c \}$

$\therefore A1^c = A1$ - এর পূরক সেট

= $A1$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
= $\{ b, c \}$

$\therefore A2^c = A2$ - এর পূরক সেট

= $A2$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
= $\{ c \}$

$\therefore A3^c = A3$ - এর পূরক সেট

= $A3$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
= $\{ a \}$

উদাহরণ ৭ : $C = \{ \text{রাজ্জাক, সাকিব, অলোক} \}$ এবং $D = \{ \text{অলোক, মুশফিক} \}$ হলে, $C \cup D$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $C = \{ \text{রাজ্জাক, সাকিব, অলোক} \}$

এবং $D = \{ \text{অলোক, মুশফিক} \}$

$\therefore C \cup D = \{ \text{রাজ্জাক, সাকিব, অলোক, অলোক, মুশফিক} \}$

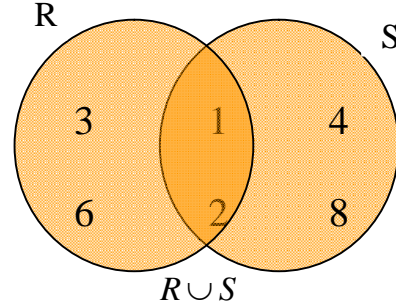
উদাহরণ ৮ : $R = \{ x : x, 6\text{-এর গুণনীয়কসমূহ} \}$ এবং $S = \{ x : x, 8\text{-এর গুণনীয়কসমূহ} \}$ হলে, $R \cup S$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $R = \{ x : x, 6\text{-এর গুণনীয়কসমূহ} \}$
 $= \{ 1, 2, 3, 6 \}$

এবং $S = \{ x : x, 8\text{-এর গুণনীয়কসমূহ} \}$
 $= \{ 1, 2, 4, 8 \}$

$\therefore R \cup S = \{ 1, 2, 3, 6 \} \cup \{ 1, 2, 4, 8 \}$
 $= \{ 1, 2, 3, 4, 6, 8 \}$



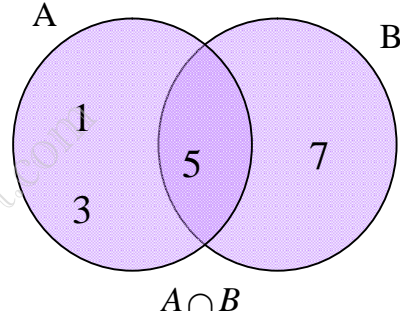
উদাহরণ ৯ : $A = \{ 1, 3, 5 \}$ এবং $B = \{ 5, 7 \}$ হলে, $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{ 1, 3, 5 \}$

এবং $B = \{ 5, 7 \}$

$\therefore A \cap B = \{ 1, 3, 5 \} \cap \{ 5, 7 \}$
 $= \{ 5 \}$



উদাহরণ ১০ : $P = \{ x : x, 2\text{-এর গুণিতক এবং } x \leq 8 \}$ এবং $Q = \{ x : x, 4\text{-এর গুণিতক এবং } x \leq 12 \}$ হলে, $P \cap Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $P = \{ x : x, 2\text{-এর গুণিতক এবং } x \leq 8 \}$
 $= \{ 2, 4, 6, 8 \}$

এবং $Q = \{ x : x, 4\text{-এর গুণিতক এবং } x \leq 8 \}$
 $= \{ 4, 8, 12 \}$

$\therefore P \cap Q = \{ 2, 4, 6, 8 \} \cap \{ 4, 8, 12 \}$
 $= \{ 4, 8 \}$

কাজ :

$U = \{ 1, 2, 3, 4 \}$, $A = \{ 1, 2, 3 \}$, $B = \{ 2, 3, 4 \}$, $C = \{ 1, 3 \}$
 $U \cap A$, $C \cap A$ এবং $B \cup C$ সেটগুলোকে ভেনচিত্রে প্রদর্শন কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$U = \{ 1, 2, 3, 4 \}$,

$$\begin{aligned}A &= \{1, 2, 3\}, \\B &= \{2, 3, 4\}, \\C &= \{1, 3\} \\ \therefore U \cap A &= \{1, 2, 3\} \\ \therefore C \cap A &= \{1, 3\} \\ \therefore B \cup C &= \{1, 2, 3, 4\}\end{aligned}$$

উদাহরণ ১১ : $A = \{x : x, \text{বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 1 < x < 7\}$
এবং $B = \{x : x, 8 - \text{এর গুণনীয়কসমূহ}\}$ হলে, দেখাও যে, A ও B সেটদ্বয় পরস্পর নিশ্চদ সেট।

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{দেওয়া আছে, } A &= \{x : x, \text{বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 1 < x < 7\} \\ &= \{3, 5\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } B &= \{x : x, 8 - \text{এর গুণনীয়কসমূহ}\} \\ &= \{1, 2, 4, 8\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore A \cap B &= \{3, 5\} \cap \{1, 2, 4, 8\} \\ &= \emptyset\end{aligned}$$

সুতরাং, A ও B সেটদ্বয় পরস্পর নিশ্চদ সেট।

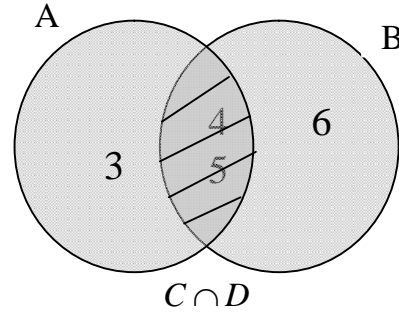
উদাহরণ ১২ : $C = \{3, 4, 5\}$ এবং $D = \{4, 5, 6\}$ হলে, $C \cup D$ এবং $C \cap D$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{দেওয়া আছে, } C &= \{3, 4, 5\} \\ \text{এবং } D &= \{4, 5, 6\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore C \cup D &= \{3, 4, 5\} \cup \{4, 5, 6\} \\ &= \{3, 4, 5, 6\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } C \cap D &= \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\} \\ &= \{4, 5\}\end{aligned}$$



কাজ :

- $P = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $Q = \{4, 6, 8\}$ হলে,
১। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ নির্ণয় কর।
২। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

$P = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $Q = \{4, 6, 8\}$ হলে,

১। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$$P = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

এবং $Q = \{4, 6, 8\}$

$\therefore P \cup Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$\therefore P \cap Q = \{4, 6\}$

২। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$P \cup Q$ সেটের উপাদানসমূহ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক সংখ্যা 2 থেকে ছোট নয় ও 8 - এর বড় নয়।

$\therefore P \cup Q = \{x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 2 \leq x \leq 8\}$

সমাধান :

$P \cap Q$ সেটের উপাদানসমূহ 4, 6।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 2 - এর গুণিতক এবং 4 থেকে ছোট নয় ও 6 - এর বড় নয়।

$\therefore P \cap Q = \{x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা 2 এর গুণিতক এবং } 4 \leq x \leq 6\}$

উদাহরণ ১৩ : $E = \{x : x, \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 30\}$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

নির্ণেয় সেটটি হবে 30 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট।

এখানে, 30 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাসমূহ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29

নির্ণেয় সেট = $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29\}$

উদাহরণ ১৪ : A ও B যথাক্রমে 42 ও 70 - এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, $42 = 1 \times 42$

$= 2 \times 21$

$= 3 \times 14$

$= 6 \times 7$

42 - এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

$\therefore A = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

আবার, $70 = 1 \times 70$

$= 2 \times 35$

$= 5 \times 14$

$= 7 \times 10$

70- এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70

$\therefore B = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\} \cap \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$

$= \{1, 2, 7, 14\}$

অনুশীলনী ৭

১। নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতি প্রকাশ কর

(ক) $\{x : x, \text{বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$

(খ) $\{x : x, 48 - \text{এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ}\}$

(গ) $\{x : x, 3 - \text{এর গুণিতক এবং } x < 36\}$

(ঘ) $\{x : x, \text{পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 < 10\}$

(ক) $\{x : x, \text{বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$

সমাধান :

ধরি, $A = \{x : x, \text{বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$

A সেটটির উপাদান বিজোড় সংখ্যাসমূহ যা 3 এর চেয়ে বড় এবং 15 এর ছোট।

\therefore 3 থেকে বড় এবং 15 এর চেয়ে ছোট বিজোড় সংখ্যাসমূহ 5, 7, 9, 11, 13

নির্ণেয় সেট $A = \{5, 7, 9, 11, 13\}$

(খ) $\{x : x, 48 - \text{এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ}\}$

সমাধান : মনে করি,

সেট $A = \{x : x, 48 \text{ এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ}\}$

A সেটটি 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ।

এখানে, $48 = 1 \times 48$

$$= 2 \times 24$$

$$= 3 \times 16$$

$$= 4 \times 12$$

$$= 6 \times 8$$

\therefore 48 এর গুণনীয়ক হল, $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$

\therefore 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ 2, 3

নির্ণেয় সেট $A = \{2, 3\}$

(গ) $\{x : x, 3 - \text{এর গুণিতক এবং } x < 36\}$

সমাধান : মনে করি,

সেটটি A, সেটটি 3 এর গুণিতকসমূহ যাদের মান 36 এর চেয়ে ছোট

\therefore 3 এর গুণিতক এবং 36 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা সমূহ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33

নির্ণেয় সেট $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33\}$

(ঘ) $\{x : x, \text{পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 < 10\}$

সমাধান :

মনে করি,

সেটটি $A = \{ x : x, \text{পূর্ণসংখ্যা এবং } x^2 < 10 \}$

সেটটি পূর্ণসংখ্যার যাদের বর্গের মান 10 এর চেয়ে ছোট।

∴ পূর্ণসংখ্যাসমূহের যাদের বর্গ 10 এর চেয়ে ছোট তা হল :

-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

নির্ণেয় সেট $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

২। নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক) {3, 4, 5, 6, 7, 8} (খ) {4, 8, 12, 16, 20, 24} (গ) {7, 11, 13, 17}

(ক) {3, 4, 5, 6, 7, 8}

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ 3, 4, 5, 6, 7, 8

এখানে, উপাদানসমূহ 2 থেকে বড় এবং 9 থেকে ছোট সকল স্বাভাবিক সংখ্যা।

ধরি যেকোনো চলক x

নির্ণেয় সেট $\{ x : x, \text{স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 2 < x < 9 \}$

(খ) {4, 8, 12, 16, 20, 24}

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ {4, 8, 12, 16, 20, 24}

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান জোড় সংখ্যা 4 এর গুণিতকসমূহ এবং এদের মান 24 থেকে বড় নয়।

ধরি যেকোনো চলক x

নির্ণেয় সেট $\{ x : x, 4 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 24 \}$

(গ) {7, 11, 13, 17}

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ {7, 11, 13, 17}

এখানে, উপাদানসমূহ মৌলিক সংখ্যা যাদের মান 5 এর চেয়ে বড় এবং 19 চেয়ে ছোট।

ধরি যেকোনো চলক x

নির্ণেয় সেট $\{ x : x, \text{মৌলিক সংখ্যা এবং } 5 < x < 19 \}$

৩। নিচের সেট দুইটির উপসেট ও উপসেটের সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) $C = \{m, n\}$ (খ) $D = \{5, 10, 15\}$

(ক) $C = \{m, n\}$

সমাধান :

C সেটের উপসেট হবে এর উপাদানগুলো থেকে নিয়ে গঠিত সেট।

∴ C সেটের উপসেটগুলো হল $\emptyset, \{m\}, \{n\}, \{m, n\}$

নির্ণেয় উপসেটগুলো = $\{m\}, \{n\}, \{m, n\}, \emptyset$, এবং উপসেটের সংখ্যা = 4টি।

(খ) $D = \{5, 10, 15\}$

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 5, 10, 15

D সেটের উপসেট হবে উপাদানসমূহ থেকে নিয়ে গঠিত সেট।

∴ সেটের উপসেটসমূহ থেকে নিয়ে গঠিত উপসেটগুলো

$\{5\}, \{10\}, \{15\}, \{5, 10\}, \{5, 15\}, \{10, 15\}, \{5, 10, 15\}$

আবার ফাঁকা সেট (\emptyset) প্রত্যেক সেটের উপসেট।

নির্ণেয় উপসেটগুলো হল $\{5\}, \{10\}, \{15\}, \{5, 10\}, \{5, 15\}, \{10, 15\}, \{5, 10, 15\}, \emptyset$

এবং উপসেটের সংখ্যা = 8টি।

8। $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, a\}$ এবং $C = \{a, b\}$ হলে, নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর :

(ক) $A \cup B$

(খ) $B \cup C$

(গ) $A \cap (B \cup C)$

(ঘ) $(A \cup B) \cup C$

(ঙ) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ সেটগুলো নির্ণয় কর।

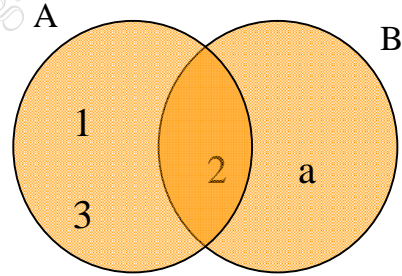
(ক) $A \cup B$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

এবং $B = \{2, a\}$

∴ $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, a\}$
 $= \{1, 2, 3, a\}$



$A \cup B$

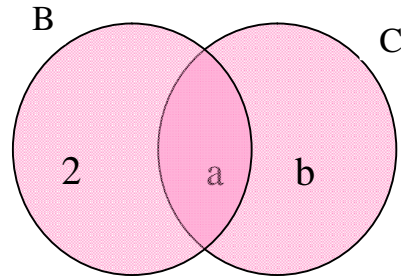
(খ) $B \cup C$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $B = \{2, a\}$

এবং $C = \{a, b\}$

∴ $B \cup C = \{2, a\} \cup \{a, b\}$
 $= \{2, a, b\}$



$B \cup C$

(গ) $A \cap (B \cup C)$

সমাধান :

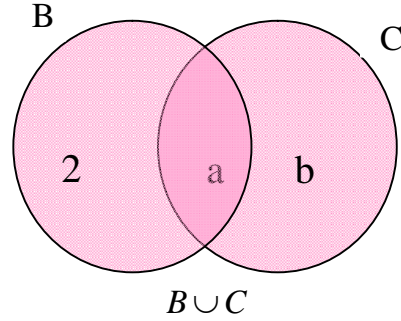
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, a\}$

এবং $C = \{a, b\}$

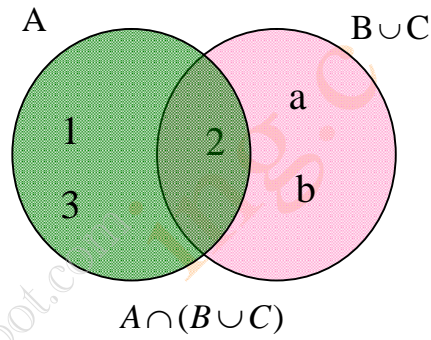
এখন, $B \cup C = \{2, a\} \cup \{a, b\}$

$= \{2, a, b\}$



$$\therefore A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3\} \cap \{2, a, b\}$$

$$= \{2\}$$



(ঘ) $(A \cup B) \cup C$

সমাধান :

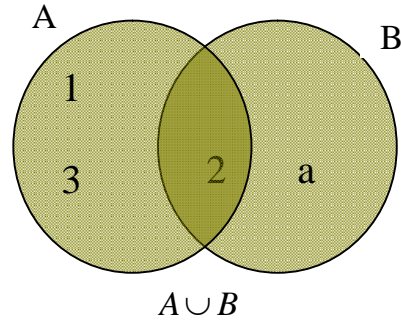
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, a\}$

এবং $C = \{a, b\}$

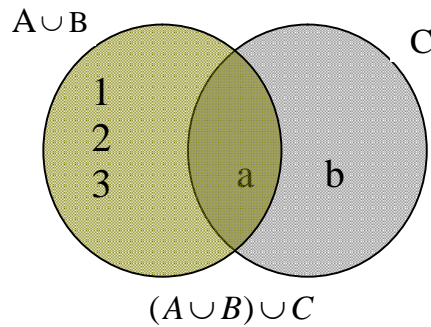
এখন, $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, a\}$

$= \{1, 2, 3, a\}$



$$\therefore (A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, a\} \cup \{a, b\}$$

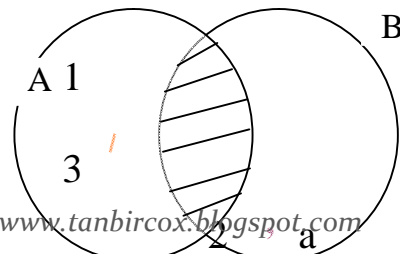
$$= \{1, 2, 3, a, b\}$$



(ঙ) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

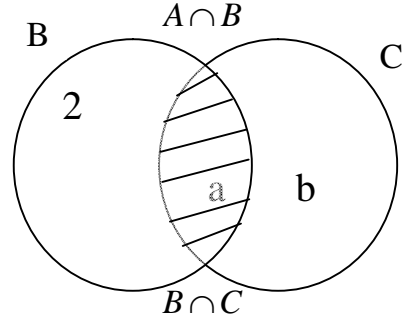


$$B = \{2, a\}$$

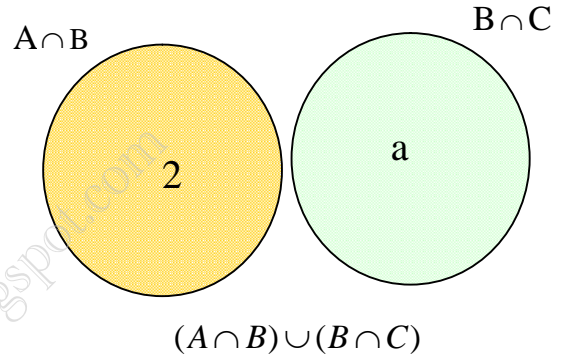
$$\text{এবং } C = \{a, b\}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } A \cap B &= \{1, 2, 3\} \cap \{2, a\} \\ &= \{2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } B \cap C &= \{2, a\} \cap \{a, b\} \\ &= \{a\} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \therefore (A \cap B) \cup (B \cap C) &= \{2\} \cup \{a\} \\ &= \{2, a\} \end{aligned}$$

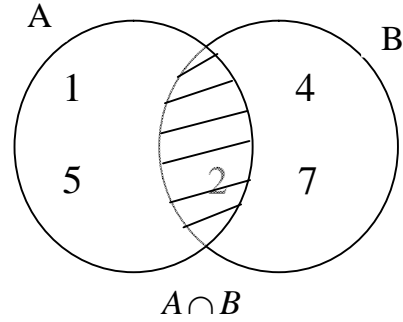


৫। যদি $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 4, 7\}$ এবং $C = \{4, 5, 6\}$ হয়, তবে নিম্নলিখিত সম্পর্কগুলোর সত্যতা যাচাই কর:

(ক) $A \cap B = B \cap A$

(খ) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

(গ) $(A \cup C)' = A' \cap C'$



(ক) $A \cap B = B \cap A$

সমাধান :

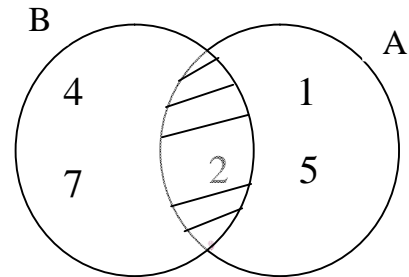
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 5\}$

এবং $B = \{2, 4, 7\}$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } A \cap B &= \{1, 2, 5\} \cap \{2, 4, 7\} \\ &= \{2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } B \cap A &= \{2, 4, 7\} \cap \{1, 2, 5\} \\ &= \{2\} \end{aligned}$$

$$\therefore A \cap B = B \cap A$$



(খ) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

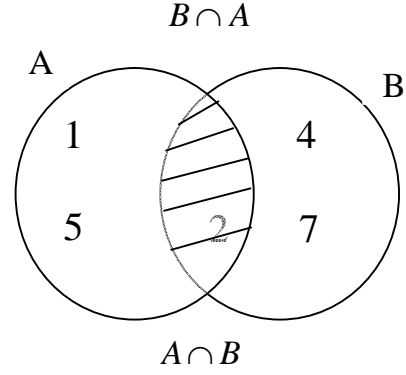
সমাধান :

দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

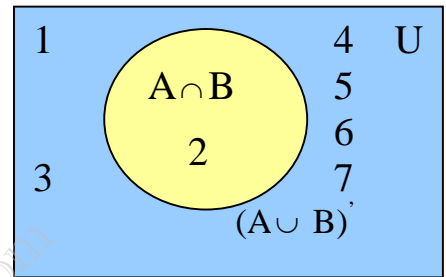
$A = \{1, 2, 5\}$

এবং $B = \{2, 4, 7\}$

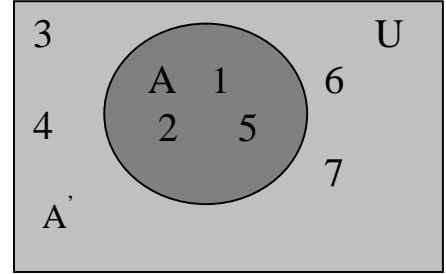
এখন, $A \cap B = \{1, 2, 5\} \cap \{2, 4, 7\}$
 $= \{2\}$



$\therefore (A \cap B)' = A \cap B$ - এর পূরক সেট
 $= A \cap B$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
 $= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$

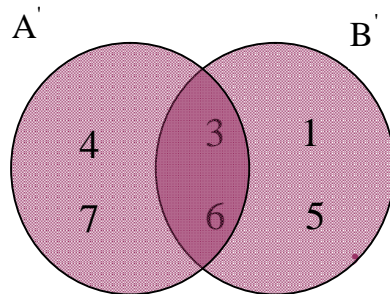
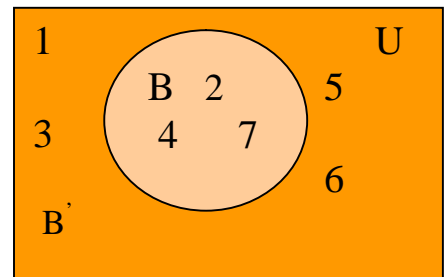


$A' = A$ - এর পূরক সেট
 $= A$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
 $= \{3, 4, 6, 7\}$



$B' = B$ - এর পূরক সেট
 $= B$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট
 $= \{1, 3, 5, 6\}$

$\therefore A' \cap B' = \{3, 4, 6, 7\} \cap \{1, 3, 5, 6\}$
 $= \{3, 4, 6, 7\}$



$$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$$

(গ) $(A \cup C)' = A' \cap C'$

সমাধান :

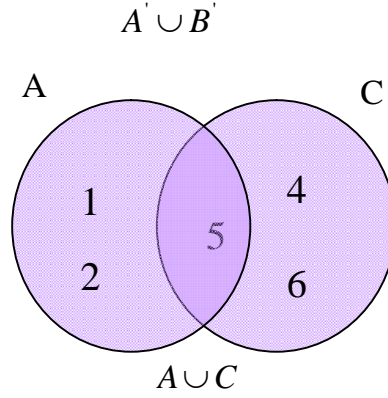
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 2, 5\}$

এবং $C = \{4, 5, 6\}$

এখন, $A \cup C = \{1, 2, 5\} \cup \{4, 5, 6\}$

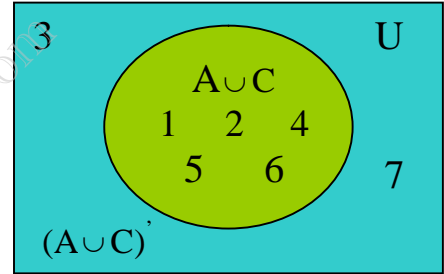
$= \{1, 2, 4, 5, 6\}$



$\therefore (A \cup C)' = A \cup C$ - এর পূরক সেট

$= A \cup C$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

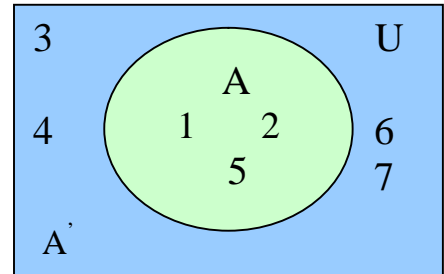
$= \{3, 7\}$



$A' = A$ - এর পূরক সেট

$= A$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

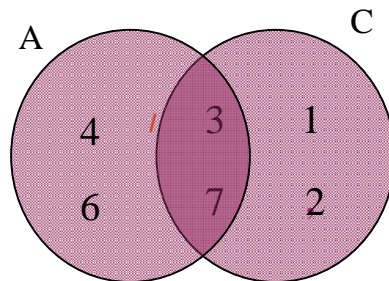
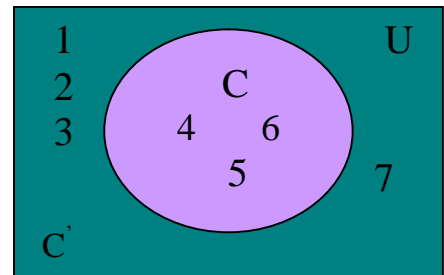
$= \{3, 4, 6, 7\}$



$C' = C$ - এর পূরক সেট

$= C$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{1, 2, 3, 7\}$



$$\begin{aligned}\therefore A' \cap C' &= \{3, 4, 6, 7\} \cup \{1, 2, 3, 7\} \\ &= \{3, 7\} \\ \therefore (A \cup C)' &= A' \cap C'\end{aligned}$$

$$A' \cap C'$$

৬। P এবং Q যথাক্রমে 21 ও 35 - এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $P \cup Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

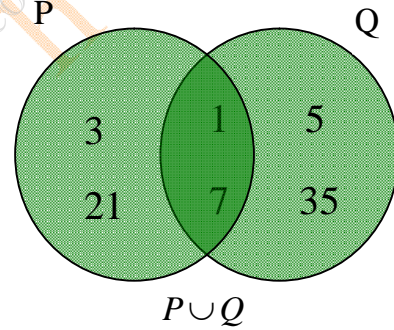
P সেটের উপাদানসমূহ = 21 এর সকল গুণনীয়ক = 1, 3, 7, 21

$$\therefore P = \{1, 3, 7, 21\}$$

Q সেটের উপাদানসমূহ = 35 এর সকল গুণনীয়ক = 1, 5, 7, 35

$$\therefore Q = \{1, 5, 7, 35\}$$

$$\begin{aligned}\therefore P \cup Q &= \{1, 3, 7, 21\} \cup \{1, 5, 7, 35\} \\ &= \{1, 3, 5, 7, 21, 35\}\end{aligned}$$



৭। যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 171 এবং 396 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 21 অবশিষ্ট থাকে এদের সেট নির্ণয় কর।

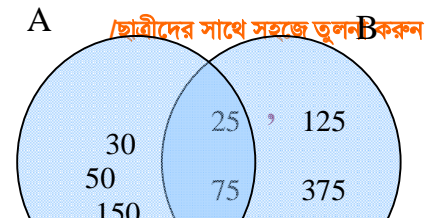
সমাধান :

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 171 এবং 396 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 21 অবশিষ্ট থাকে। সে সংখ্যাটি 21 অপেক্ষা বড় এবং সংখ্যাটি $(171 - 21) = 150$ এবং $(396 - 21) = 375$ এর সাধারণ গুণনীয়ক।

মনে করি,

21 অপেক্ষা বড় 150 এর গুণনীয়ক সেট = A

21 অপেক্ষা বড় 375 এর গুণনীয়ক সেট = B



$$\begin{aligned}\text{এখানে, } 150 &= 1 \times 150 \\ &= 2 \times 75\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 3 \times 50 \\ &= 5 \times 30 \\ &= 6 \times 25 \\ &= 10 \times 15 \end{aligned}$$

$$\therefore A = \{25, 30, 50, 75, 150\}$$

$$\begin{aligned} \text{আবার, } 375 &= 1 \times 375 \\ &= 3 \times 125 \\ &= 5 \times 75 \\ &= 15 \times 25 \end{aligned}$$

$A \cap B$

$$\therefore B = \{25, 75, 125, 375\}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{নির্ণেয় সেট, } A \cap B &= \{25, 30, 50, 75, 150\} \cap \{25, 75, 125, 375\} \\ &= \{25, 75\} \end{aligned}$$

৮। কোনো ছাত্রাবাসের 65% ছাত্র মাছ পছন্দ করে, 55% ছাত্র মাংস পছন্দ করে এবং 40% ছাত্র উভয়টি পছন্দ করে।

(ক) সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

(খ) উভয় খাদ্য পছন্দ করে না তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

(গ) যারা শুধু একটি খাদ্য পছন্দ করে তাদের সংখ্যার গুণনীয়ক সেটের ছেদ নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) এখানে, U = মোট ছাত্রের সেট

F = মাছ পছন্দকারী ছাত্রের সেট

M = মাংস পছন্দকারী ছাত্রের সেট

$F \cap M$ = মাছ ও মাংস পছন্দকারী ছাত্রের সেট

(খ) ধরি, মোট ছাত্রসংখ্যা, $U = 100$

উভয় খাদ্য পছন্দকারী ছাত্রের সেট, $F \cap M = 40$

$$\begin{aligned} \therefore \text{উভয় খাদ্য পছন্দ করে না এমন ছাত্রের সেট } U - (F \cap M) &= 100 - 40 \\ &= 60 \end{aligned}$$

\therefore 60% ছাত্র উভয় খাদ্য পছন্দ করে না।

$$\begin{aligned} \text{(গ) শুধু মাছ পছন্দকারী ছাত্রসংখ্যা} &= (65 - 40) \% \\ &= 25\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং শুধু মাংস পছন্দকারী ছাত্রসংখ্যা} &= (55 - 40) \% \\ &= 15\% \end{aligned}$$

এখানে, 25 এর গুণনীয়কের সেট $P = \{1, 5, 25\}$

এবং 15 এর গুণনীয়কের সেট $Q = \{1, 3, 5, 15\}$

$$\begin{aligned} \therefore P \cap Q &= \{1, 5, 25\} \cap \{1, 3, 5, 15\} \\ &= \{1, 5\} \end{aligned}$$

৯। $A = \{x : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } 4 < x < 6\}$ এর তালিকা পদ্ধতি কোনটি?

(ক) {5} (খ) {4, 6} (গ) {4, 5, 6} (ঘ) \emptyset

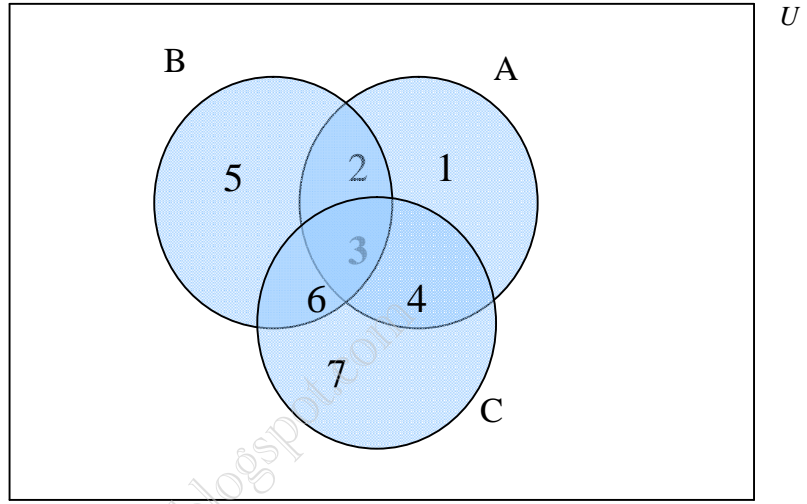
১০। $P = \{x, y, z\}$ হলে, নিচের কোনটি P - এর উপসেট নয়?

(ক) $\{x, y\}$ (খ) $\{x, w, z\}$ (গ) $\{x, y, z\}$ (ঘ) $\{x, y, z, a\}$

১১। 10 - এর গুণনীয়কসমূহের সেট কোনটি?

(ক) $\{1, 2, 5, 10\}$ (খ) $\{1, 10\}$ (গ) $\{10\}$ (ঘ) $\{10, 20, 30\}$

নিচের ভেনচিত্রটির আলোকে ১২ থেকে ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১২। সার্বিক সেট কোনটি?

(ক) A (খ) B (গ) $A \cup B$ (ঘ) U

১৩। কোনটি B^c সেট?

(ক) $\{5, 6, 7, 8\}$ (খ) $\{2, 3, 5, 6\}$ (গ) $\{1, 4, 7, 8\}$ (ঘ) $\{3, 6\}$

১৪। কোনটি $A \cap B$ সেট?

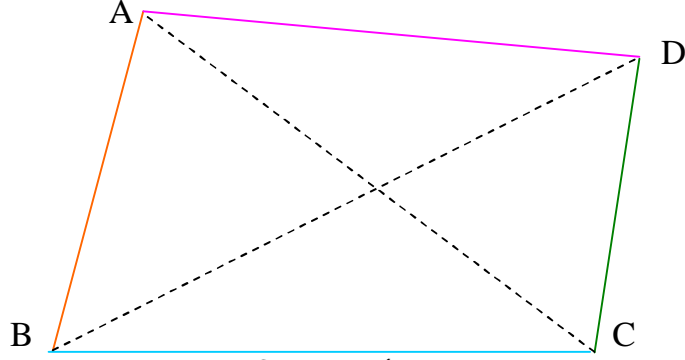
(ক) $\{2, 3\}$ (খ) $\{2, 3, 5, 6\}$ (গ) $\{3, 4, 6, 7\}$ (ঘ) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

১৫। কোনটি $A \cup B$ সেট?

(ক) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (খ) $\{5, 6, 7\}$ (গ) $\{8\}$ (ঘ) $\{3\}$

8.1 চতুর্ভুজ

চতুর্ভুজ :



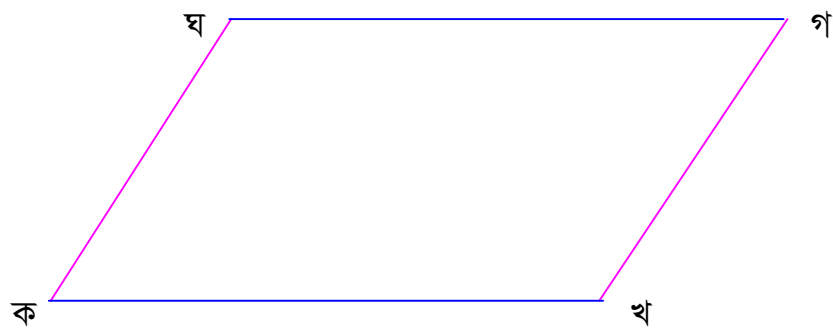
চিত্রঃ চতুর্ভুজ

চারটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র একটি চতুর্ভুজ। উপরের চিত্র দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রটি একটি চতুর্ভুজক্ষেত্র। চতুর্ভুজের চারটি বাহু আছে। যে চারটি রেখাংশ দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হয়, এ চারটি রেখাংশই চতুর্ভুজের বাহু।

A, B, C ও D বিন্দু চারটির যেকোনো তিনটি সমরেখা নয়। AB, BC, CD ও DA রেখাংশ চারটি সংযোগে ABCD চতুর্ভুজ গঠিত হয়েছে। AB, BC, CD ও DA চতুর্ভুজটির চারটি বাহু। A, B, C ও D চারটি কৌণিক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু। $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ ও $\angle DAB$ চতুর্ভুজের চারটি কোণ। A ও B শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে C ও D শীর্ষের বিপরীত শীর্ষবিন্দু। AB ও CD পরস্পর বিপরীত বাহু এবং AD ও BC পরস্পর বিপরীত বাহু। এক শীর্ষবিন্দুতে যে দুইটি বাহু মিলিত হয়, এরা সন্নিহিত বাহু। যেমন, AB ও BC বাহু দুইটি সন্নিহিত বাহু। AC ও BD রেখাংশদ্বয় ABCD চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ। চতুর্ভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের সমষ্টিতে এর পরিসীমা বলে। ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা $(AB + BC + CD + DA)$ এর দৈর্ঘ্যের সমান। চতুর্ভুজকে অনেক সময় '□' প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

চতুর্ভুজের প্রকারভেদ

সামান্তরিক :



চিত্রঃ সামান্তরিক

সামান্তরিক : যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল, তা সামান্তরিক। সামান্তরিকের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে সামান্তরিকক্ষেত্র বলে।

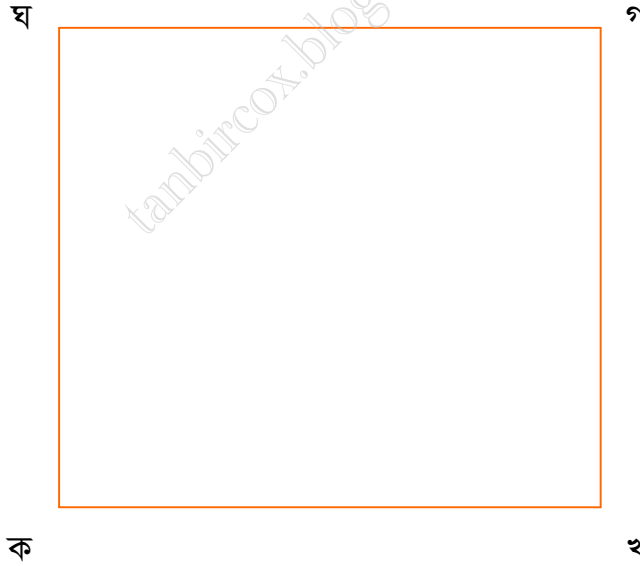
আয়ত :



চিত্রঃ আয়ত

আয়ত : যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ, তাই আয়ত। আয়তের চারটি কোণ সমকোণ। আয়তের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রে কখগঘ একটি আয়ত।

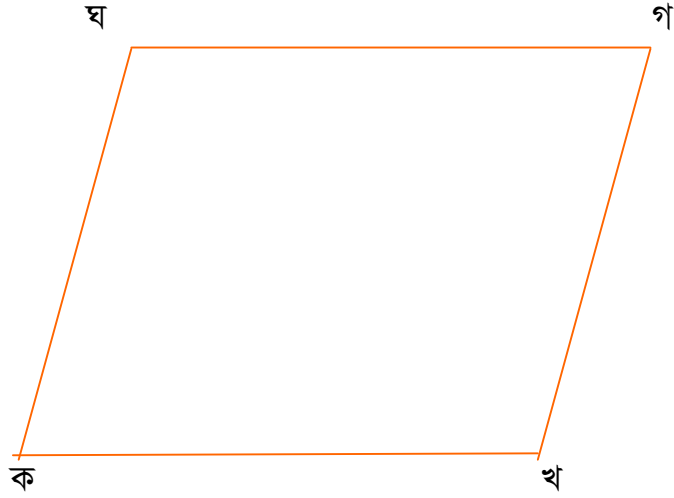
বর্গ :



চিত্রঃ বর্গ

বর্গ : বর্গ এমন একটি আয়ত যার সন্নিহিত বাহুগুলো সমান। অর্থাৎ, বর্গ এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বাহুগুলো সমান। বর্গের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রে, কখগঘ একটি বর্গ।

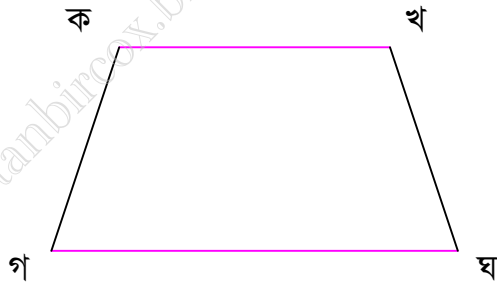
রম্বস :



চিত্রঃ রম্বস

রম্বস : রম্বস এমন একটি সামান্তরিক যার সন্নিহিত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। অর্থাৎ রম্বসের বিপরীত বাহুগুলো সামান্তরাল এবং চারটি বাহু সমান। রম্বসের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে রম্বসক্ষেত্র বলে। চিত্রে, কখগঘ একটি রম্বস।

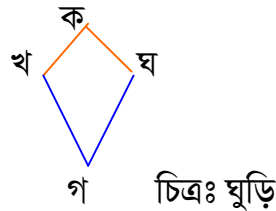
ট্রাপিজিয়াম :



চিত্রঃ ট্রাপিজিয়াম

ট্রাপিজিয়াম : যে চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সামান্তরাল, একে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়। ট্রাপিজিয়ামের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রের কখগঘ একটি ট্রাপিজিয়াম।

ঘুড়ি :



চিত্রঃ ঘুড়ি

ঘুড়ি : যে চতুর্ভুজের দুইজোড়া সন্নিহিত বাহু সমান, একে ঘুড়ি বলা হয়। উপরের চিত্রে একটি ঘুড়ি।

উপপাদ্য ১

চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।

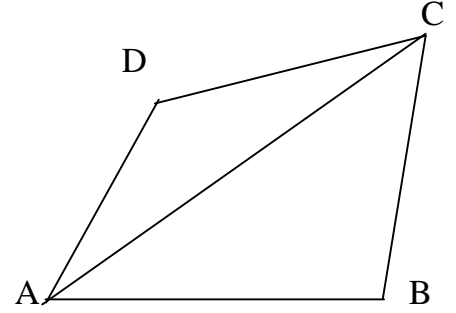
বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ এবং AC এর একটি কর্ণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ।

অঙ্কন :

A ও C যোগ করি। AC কর্ণটি চতুর্ভুজটিকে $\triangle ABC$ ও $\triangle ADC$ দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করেছে।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১। $\triangle ABC$ এ $\angle BAC + \angle ACB + \angle B = 2$ সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]
২। অনুরূপভাবে, $\triangle DAC$ এ $\angle DAC + \angle ACD + \angle D = 2$ সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]
৩। অতএব, $\angle BAC + \angle ACB + \angle B +$ $\angle DAC + \angle ACD + \angle D = (2+2)$ সমকোণ।	[(১) ও (২) থেকে]
৪। $\angle DAC + \angle BAC = \angle A$ এবং $\angle ACD + \angle ACB = \angle C$.	[সন্নিহিত কোণের যোগফল] [সন্নিহিত কোণের যোগফল]
৫। সুতরাং, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ। (প্রমাণিত)	[(৩) নং থেকে]

উপপাদ্য ২

সামান্তরিকের বিপরীত বাহু ও কোণগুলো পরস্পর সমান।

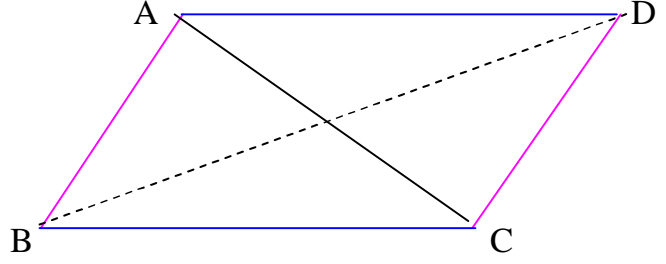
বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD তার দুইটি কর্ণ।

প্রমাণ করতে হবে যে,

(ক) AB বাহু = CD বাহু, AD বাহু = BC বাহু

(খ) $\angle BAD = \angle BCD$, $\angle ABC = \angle ADC$



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB \parallel DC এবং AC তাদের ছেদক, সুতরাং $\angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(১) BC \parallel AD এবং AC তাদের ছেদক, সুতরাং $\angle ACB = \angle DAC$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন $\triangle ABC$ ও $\triangle ADC$ এ $\angle BAC = \angle ACD$ $\angle ACB = \angle DAC$ এবং AC বাহু সাধারণ। $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ অতএব, AB = CD, BC = AD ও $\angle ABC = \angle ADC$ অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, $\triangle BAD \cong \triangle BCD$ সুতরাং, $\angle BAD = \angle BCD$. (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ- বাহু- কোণ উপপাদ্য]

কাজ :

১। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, তা একটি সামান্তরিক।

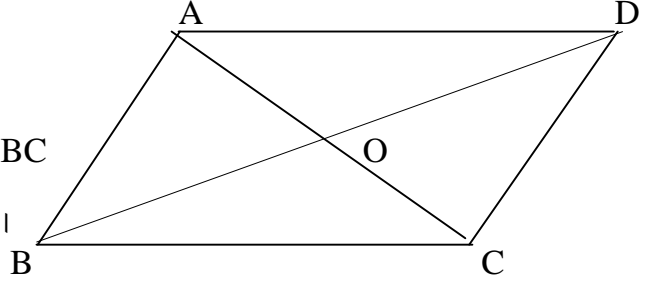
২। দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজে AB = CD এবং $\angle ABD = \angle BDC$
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

(১) সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ এর
 $AB = CD$, $AD = BC$ এবং $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক, অতএব, $\angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং BD তাদের ছেদক, অতএব, $\angle BDC = \angle ABD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন $\triangle AOB$ ও $\triangle OCD$ এ $\angle OAB = \angle OCD$, $\angle OBA = \angle ODC$ এবং $AB = DC$ $\therefore \triangle AOB \cong \triangle OCD$ তাহলে, $OA = OC$ এবং $OB = OD$	[(১) ও (২) থেকে] [কল্পনা]
(৪) অতএব, ABCD চতুর্ভুজ $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$ $AD = BC$, $AB = CD$ এবং $OA = OC$, $OB = OD$	[কল্পনা] [কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
সুতরাং, ABCD চতুর্ভুজটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	

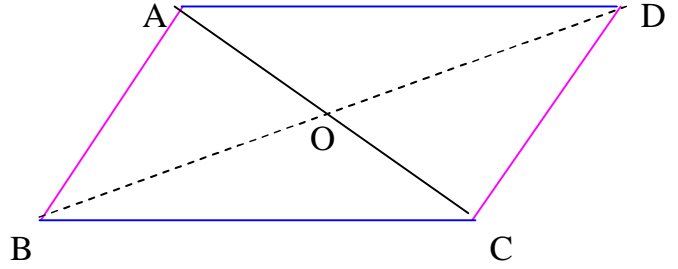
উপপাদ্য ৩

সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিকের
AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, $OA = CO$, $BO = DO$.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ও DC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং AC এদের ছেদক। অতএব, $\angle BAC =$ একান্তর $\angle DAC$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) AD ও BC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং BD এদের ছেদক। সুতরাং, $\angle BDC =$ একান্তর $\angle ABD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন $\triangle AOB$ ও $\triangle COD$ এ $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle OBA = \angle ODC$ এবং $AB = DC$ $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ অতএব, $AO = CO$, $BO = DO$. (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ- বাহু- কোণ উপপাদ্য]

উপপাদ্য ৪

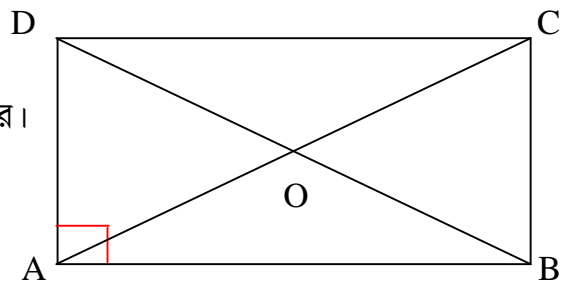
আয়তের কর্ণদ্বয় সমান ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি আয়তের
AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে,

- (i) $AC = BD$
- (ii) $OA = CO$, $BO = DO$.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) আয়ত একটি সামান্তরিক। সুতারাং $AO = CO, BO = DO.$	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ এ $\angle DAB = \angle ADC,$ $AB = DC$ $AD = AD$ $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ অতএব, $AC = BD.$ (প্রমাণিত)	[প্রত্যেক কোণ সমকোণ] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু- কোণ - বাহু উপপাদ্য]

উপপাদ্য ৫

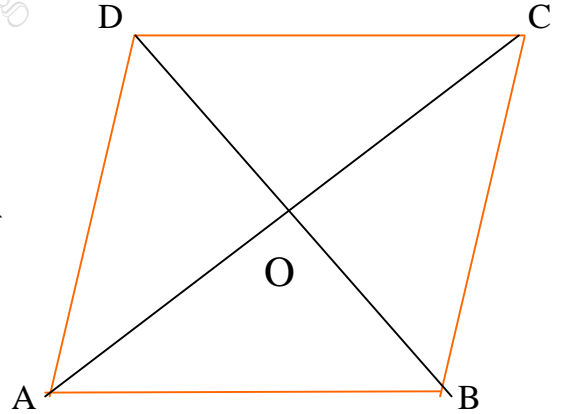
রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি রম্বসের
AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে,

- (i) $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA = 1$ সমকোণ
(ii) $OA = CO, BO = DO.$



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) রম্বস একটি সামান্তরিক। সুতারাং $AO = CO, BO = DO.$	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন $\triangle AOB$ ও $\triangle BOC$ এ $AB = BC$ $AB = DC$ এবং $OB = OB$ অতএব, $\triangle AOB \cong \triangle BOC$	[রম্বসের বাহুগুলো সমান] [(১) থেকে] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু - বাহু - বাহু উপপাদ্য]

সুতারাং, $\angle AOB = \angle BOC$

$\angle AOB + \angle BOC = 1$ সরলকোণ = 2 সমকোণ।

$\angle AOB = \angle BOC = 1$ সমকোণ।

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে,

$\angle COD = \angle DOA = 1$ সমকোণ। (প্রমাণিত)

কাজ :

- ১। দেখাও যে, বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান ও সমদ্বিখণ্ডিত করে।
- ২। একজন রাজমিস্ত্রী একটি আয়তকার কংক্রিট স্ল্যাব তৈরি করেছেন। তিনি কত বিভিন্ন ভাবে নিশ্চিত হতে পারেন যে তাঁর স্ল্যাবটি সত্যিই আয়তকার?

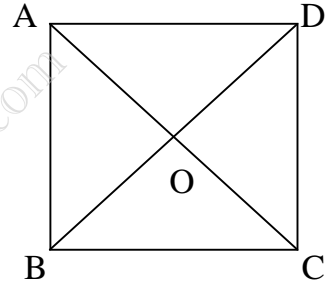
(১) সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD বর্গের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে,

AC = BD এবং OA = OC, OB = OD



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) বর্গ একটি সামান্তরিক সুতারাং $AO = CO, BO = DO$	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন, $\triangle ABD$ ও $\triangle ACD$ এ $\angle DAB = \angle ADC$ $AB = DC$ এবং $AD = AD$	[প্রত্যেকে সমকোণ] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান] [সাধারণ বাহু]
সুতারাং $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ অতএব, $AC = BD$ (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]

অনুশীলনী ৮.১

১। সামান্তরিকের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) বিপরীত বাহুগুলো অসমান্তরাল
(গ) বিপরীত বাহুদ্বয় অসমান

- (খ) একটি কোণ সমকোণ হলে, তা আয়ত
(ঘ) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান

২। নিচের কোনটি রম্বসের বৈশিষ্ট্য?

- (ক) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান
(গ) বিপরীত কোণদ্বয় অসমান

- (খ) প্রত্যেক কোণই সমকোণ
(ঘ) প্রত্যেকটি বাহুই সমান

৩। i. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।

ii. আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে তা একটি বর্গ।

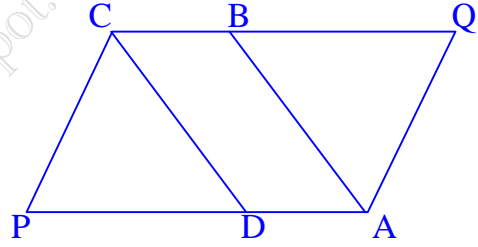
iii. প্রত্যেকটি রম্বস একটি সামান্তরিক।

উপরের তথ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

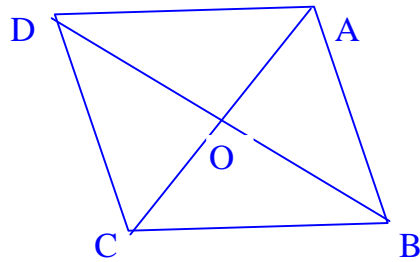
৪। PAQC চতুর্ভুজের $PA = CQ$ এবং $PA \parallel CQ$.

$\angle A$ ও $\angle C$ সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AB ও CD হলে
ABCD ক্ষেত্রটির নাম কী?



- (ক) সামান্তরিক (খ) রম্বস (গ) আয়ত (ঘ) বর্গ

৫। দেওয়া আছে $\triangle ABC$ এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত
এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $BO = OD$ হয়।
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

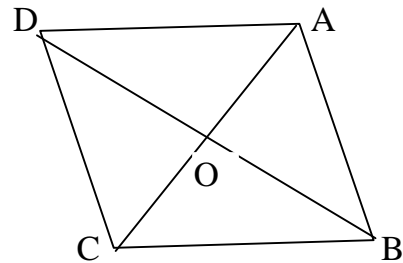


সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত
এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $BO = OD$ হয়।

প্রমাণ করতে হবে যে,
ABCD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) ΔAOB ও ΔCOD এর মধ্যে $BO = OD$ $OA = OC$ $\angle AOB = \text{বিপরীত} \angle COD$ $\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$ সুতরাং, $AB = CD$</p> <p>(২) অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় $AD = BC$ $\therefore ABCD$ একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)</p>	<p>[কল্পনা] [O, AC এর মধ্যবিন্দু] [ত্রিভুজের বাহু - কোণ - বাহু উপপাদ্য]</p>

৬। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের একটি কর্ণ একে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক।

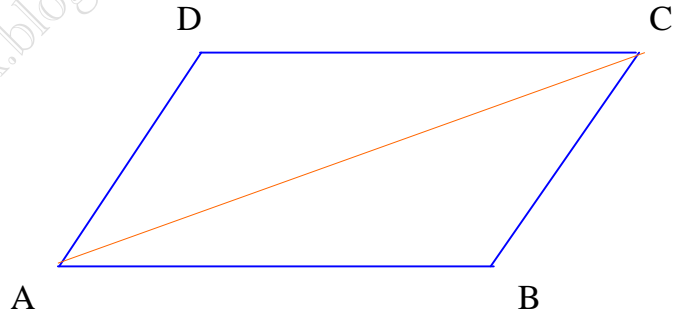
এর একটি কর্ণ AC।

প্রমাণ করতে হবে যে, AC কর্ণটি

ABCD সামান্তরিকটিকে সমান দুই

ভাগে ভাগ করে।

অর্থাৎ $\Delta ABC \cong \Delta ADC$ ।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) যেহেতু $AB \parallel CD$ এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle BAC = \angle ACD$</p>	<p>[একান্তর কোণ সমান]</p>
<p>(২) আবার, $BC \parallel AD$ এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle ACB = \angle DAC$</p>	<p>[একান্তর কোণ সমান]</p>
<p>(৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ $\angle BAC = \angle ACD$ $\angle ACB = \angle DAC$ $AC = AC$</p>	<p>[সাধারণ বাহু]</p>

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ অর্থাৎ সামান্তরিকের কর্ণ সামান্তরিকটিকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে। (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
---	--

৭। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে তা একটি সামান্তরিক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

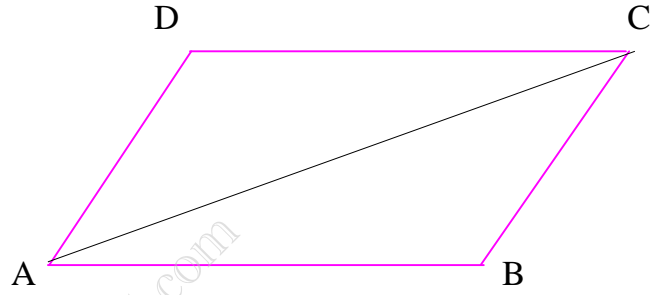
মনেকরি, ABCD একটি চতুর্ভুজ।

এর $AD = BC$, $AB = CD$ এবং

$AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$ হলে

প্রমাণ করতে হবে যে,

চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।



অঙ্কন : চতুর্ভুজটির কর্ণ AC অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $AD \parallel BC$ এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle ACB = \angle CAD$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) অনুরূপভাবে, $BC \parallel AD$ এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ $\angle ACB = \angle CAD$ $\angle BAC = \angle ACD$ $AC = AC$ $\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ $\therefore \angle ABC = \angle ADC$	[সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
(৪) অনুরূপভাবে, $\angle BAC = \angle BCD$ $\therefore ABCD$ একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	

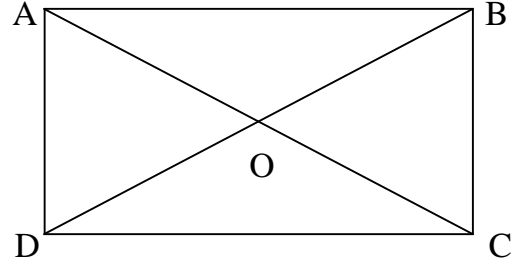
৮। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD সামান্তরিকের কর্ণ AC = কর্ণ BD

প্রমাণ করতে হবে যে,
ABCD একটি আয়ত।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) ΔABC ও ΔADB এর মধ্যে $BC = AD$ $AC = BD$ $AB = AB$ $\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADB$ $\therefore \angle ABC = \angle BAD$</p>	<p>[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান] [কল্পনা] [সাধারণ বাহু] [কোণ- বাহু- বাহু উপপাদ্য]</p>
<p>(২) আবার, যেহেতু $AD \parallel BC$ এবং AB তাদের ছেদক $\angle ABC + \angle BAD = 2$ সমকোণ $\therefore \angle ABC = \angle BAD = 1$ সমকোণ $\therefore ABCD$ একটি আয়ত (প্রমাণিত)</p>	<p>[ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ সমান]</p>

৯। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করলে, তা একটি বর্গ।

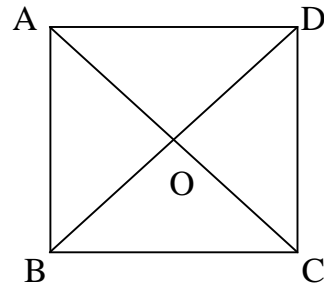
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণ
পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে O বিন্দুতে
সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

অর্থাৎ $AC = BD$, $OA = OC$, $OB = OD$ এবং
 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD$

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি বর্গ।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) $\triangle AOB$ ও $\triangle AOD$ এতে $OB = OD$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AOD$ $AO = AO$ $\therefore \triangle AOB \cong \triangle AOD$ $\therefore AB = AD$</p>	<p>[কল্পনা] [সমকোণ] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু- কোণ - বাহু উপপাদ্য]</p>
<p>(২) অনুরূপভাবে, $\triangle AOB$ ও $\triangle BOC$ এ প্রমাণ করা যায় যে, $AB = BC$</p>	
<p>(৩) এবং $\triangle BOC$ ও $\triangle COD$ এ প্রমাণ করা যায় যে, $BC = CD$ $\therefore ABCD$ চতুর্ভুজে $AB = BC = CD = AD$</p>	<p>[(১), (২) ও (৩) থেকে]</p>
<p>(৪) আবার, $\triangle AOB$ এ $\angle AOB = 90^\circ$ এবং $OA = OB$ $\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$</p>	<p>[কল্পনা] [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]</p>
<p>(৫) অনুরূপভাবে, $\triangle AOD$ এ $\angle OAD = \angle ODA = 45^\circ$ $\therefore \angle BAD = \angle OAB + \angle OAD$ $= 45^\circ + 45^\circ$ $= 90^\circ$ $\therefore ABCD$ একটি বর্গ। (প্রমাণিত)</p>	

১০। প্রমাণ কর যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।

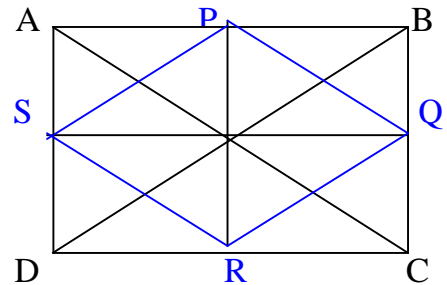
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, $ABCD$ আয়ত। P, Q, R ও S
যথাক্রমে AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দু।
 $P, Q; Q, R; R, S$ ও S, P যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PQRS$ একটি রম্বস।

অঙ্কন : $A, C; B, D$; এবং $S, Q; P, R$ যোগ করি।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) $\triangle ABD$ ও $\triangle BCD$ এর সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাংশ যথাক্রমে PS ও QR। সুতরাং, PS \parallel BD এবং QR \parallel BD আবার, PS = $\frac{1}{2}$BD আবার, QR = $\frac{1}{2}$ BD \therefore PS = QR এবং PS \parallel QR</p> <p>(২) অনুরূপভাবে, $\triangle ABC$ ও $\triangle ADC$ নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, PQ = SR এবং PQ \parallel SR \therefore PQRS একটি রম্বস (প্রমাণিত)</p>	<p>[ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরল রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক]</p> <p>[সমান্তরাল রেখার সমান্তরাল রেখা পরস্পর সমান্তরাল]</p>

১১। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর সমান্তরাল।

সমাধান :

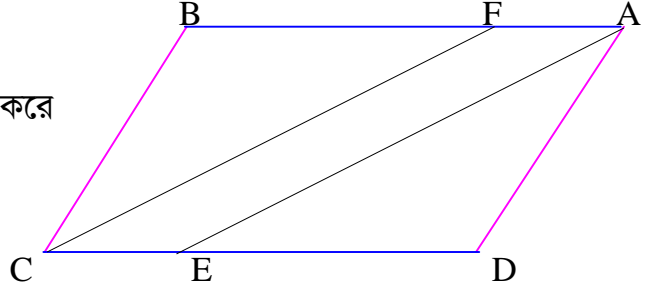
বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক।

$\angle A$ ও $\angle C$ এর সমদ্বিখণ্ডক AE ও CF

যথাক্রমে DC ও AB কে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে

প্রমাণ করতে হবে যে, $AE \parallel CF$ ।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AE, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\therefore \angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAD$	[কল্পনা]
(২) অনুরূপভাবে, $\angle ECF = \frac{1}{2} \angle BCD$ $\therefore \angle EAF = \angle ECF$	[কল্পনা]
(৩) আবার, $AB \parallel CD$ এবং AE এদের ছেদক $\angle AED = \angle EAF$ $\therefore \angle AED = \angle ECF$ কিন্তু, এরা অনুরূপ কোণ। \therefore AECF একটি সামান্তরিক। $\therefore AE \parallel FC$ (প্রমাণিত)	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল] [একান্তর কোণ] [(২) থেকে]

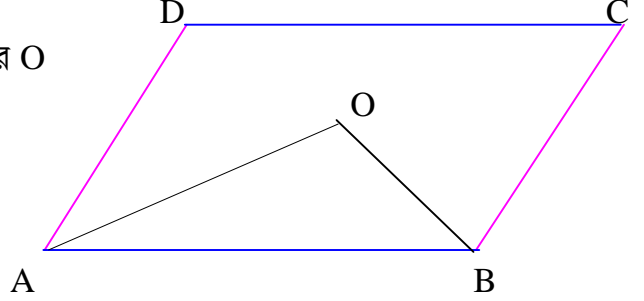
১২। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর লম্ব।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর $\angle BAD$ ও $\angle ABC$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

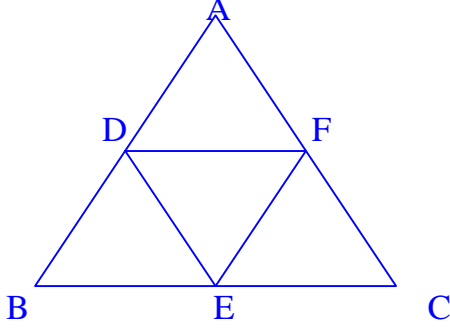
প্রমাণ করতে হবে যে, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AO, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\angle OAB = \frac{1}{2} \angle BAD$	[কল্পনা]
(২) অনুরূপভাবে, $\angle OBA = \frac{1}{2} \angle ABC$	
(৩) আবার, যেহেতু $AD \parallel BC$ এবং AB ছেদক। $\therefore \angle BAD + \angle ABC =$ দুই সমকোণ	[ছেদকের একই পাশে অন্তঃস্থ কোণ বলে] [(১) ও (২) থেকে]
বা $\frac{1}{2} \angle BAD + \frac{1}{2} \angle ABC =$ এক সমকোণ। বা, $\angle OAB + \angle OBA =$ এক সমকোণ।	
(৪) এখন, $\triangle AOB$ এ, $\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 2$ সমকোণ। বা, $\angle AOB + 1$ সমকোণ $= 2$ সমকোণ। বা, $\angle AOB = 2$ সমকোণ $- 1$ সমকোণ। $\therefore \angle AOB = 1$ সমকোণ। অর্থাৎ, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]

১৩। চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



(ক) প্রমাণ কর যে,

$$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD = \text{চার সমকোণ।}$$

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

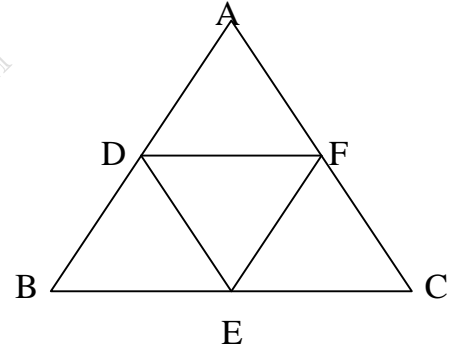
মনেকরি, চিত্রে ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ।

D, E, F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর

মধ্যবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে,

$$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD = \text{চার সমকোণ।}$$



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle BDE$ এ, $\angle BDE + \angle BED + \angle EBD =$ দুই সমকোণ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
(২) $\triangle DEF$ এ, $\angle DEF + \angle DFE + \angle EDF =$ দুই সমকোণ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
$(\angle BDE + \angle BED + \angle EBD + \angle DEF + \angle DFE + \angle EDF) =$ চার সমকোণ	[(১) ও (২) থেকে]
$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD =$ চার সমকোণ। (প্রমাণিত)	

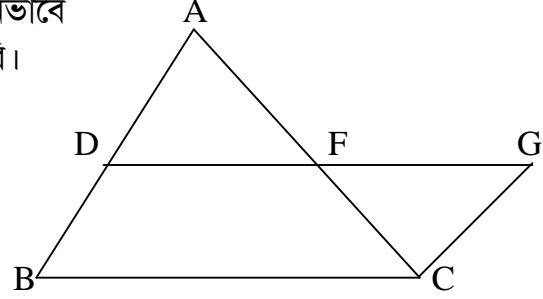
(খ) প্রমাণ কর যে,

$$DF \parallel BC \text{ এবং } DF = \frac{1}{2}BC$$

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, $\triangle ABC$ এর D ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্য বিন্দু। D ও F যোগ করে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন $DF = FG$ হয়। G, C যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে,

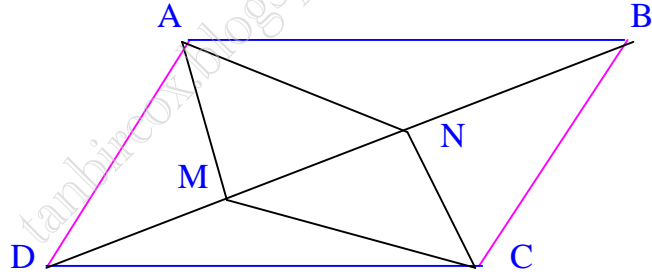
$$DF \parallel BC \text{ এবং } DF = \frac{1}{2}BC$$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle ADF$ ও $\triangle CGF$ এ, $DF = FG$ $AF = CF$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle DFA =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CFG$ $\therefore \triangle ADF \cong \triangle CGF$	[অঙ্কনানুসারে] [কল্পনা] [বিপ্রতীপ কোণ সমান]
(২) $AD = CG$ এবং $\angle DAF = \angle FCG$ বা, $BD = CG$ বা, $\angle DAC = \angle ACG$ কিন্তু কোণদ্বয় AD ও CG বাহুর AC ছেদক দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ। $\therefore DA \parallel CG$ বা, $BA \parallel CG$	[বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য] [কল্পনা] [একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন BCGD চতুর্ভুজের $BD = CG$ এবং $BD \parallel CG$ \therefore BCGD একটি সামান্তরিক। $\therefore DG \parallel BC$ এবং $DG = BC$	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সামান্তরাল]

<p>(৪) $DF + FG = BC$ বা, $DF + DF = BC$ বা, $2DF = BC$ $\therefore DF = \frac{1}{2}BC$ সুতরাং, $DF \parallel BC$ এবং $DF = \frac{1}{2}BC$ (প্রমাণিত)</p>	<p>[(১) থেকে]</p>
---	---------------------

১৪. দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের AM ও CN, DB এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, ANCM একটি সামান্তরিক।

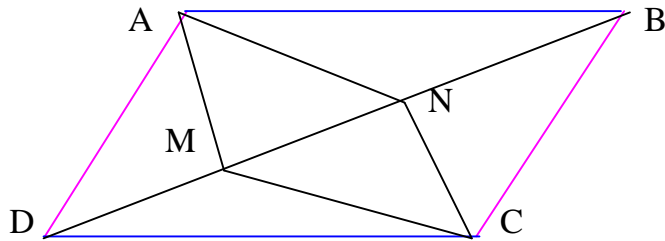


সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিক AM ও CN, BD উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, ANCM একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle ADM$ ও $\triangle BCN$ এর, $\angle ADM = \angle NBC$ $\angle AMD = \angle BNC$ এবং $AD = BC$ $\therefore \triangle ADM \cong \triangle BCN$ $\angle MAD = \angle BCN$	[একান্তর কোণ] [$AM \perp BD, CN \perp BD$] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান] [কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
(২) অনুরূপভাবে, $\triangle ABN$ ও $\triangle CDM$ এর মধ্যে $\angle BAN = \angle MCD$ $\therefore \angle BAD - (\angle DAM + \angle BAN)$ $= \angle BCD - (\angle NCB + \angle MCD)$ $\therefore \angle MAN = \angle MCN$ $\therefore \angle AMC = \angle ANC$	
(৩) অর্থাৎ $ANCM$ চতুর্ভুজের $\angle MAN = \angle MCN$ $\angle AMC = \angle ANC$ $\therefore NCMA$ একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)	[(১) থেকে]

অষ্টম অধ্যায় 8-2 চতুর্ভুজ অঙ্কন

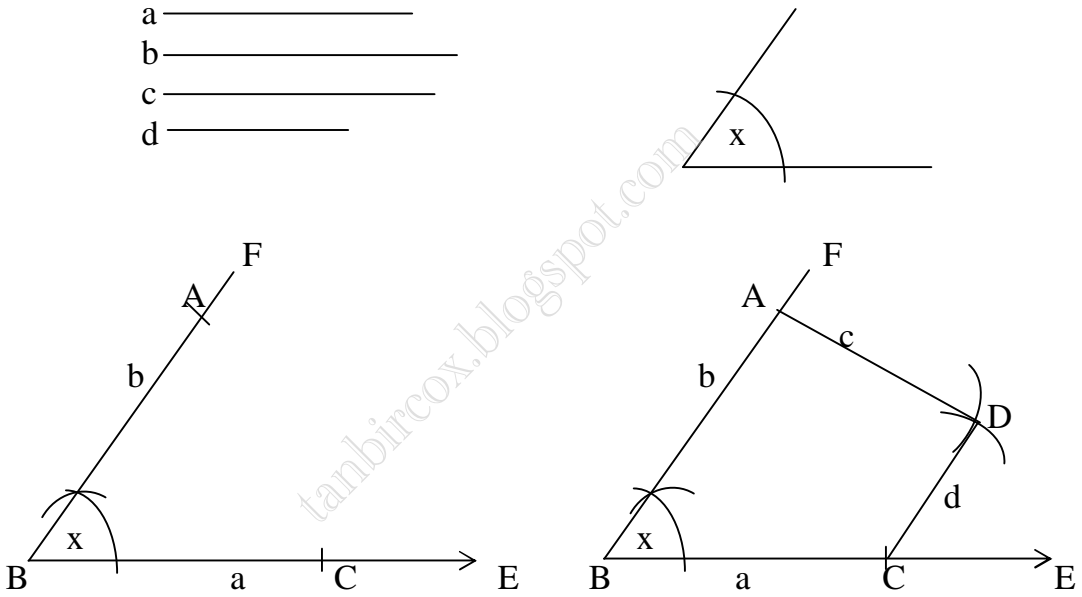
সম্পাদ্য

সম্পাদ্য ১

কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের চার বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c, d এবং a ও b বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে।
চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

- (১) যে কোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি।
- (২) BF থেকে $BA = b$ নিই। A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৩) A ও B এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে, $AB = b, BC = a, AD = c, CD = d$ এবং $\angle ABC = \angle x$
 $\therefore ABCD$ - ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

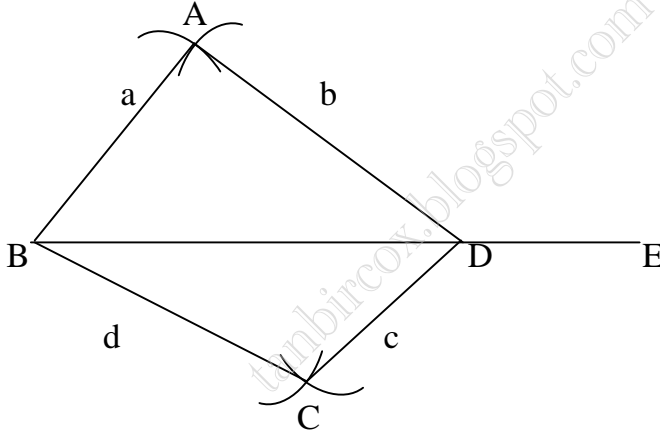
সম্পাদ্য ২

কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c, d এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে, যেখানে $a + b > e$ এবং $c + d > e$

e _____
a _____
b _____
c _____
d _____



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই। B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) আবার, B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে d ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেদিকে A আছে তার বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে, $AB = a, AD = b, BC = d, CD = c$ এবং কর্ণ $BD = e$

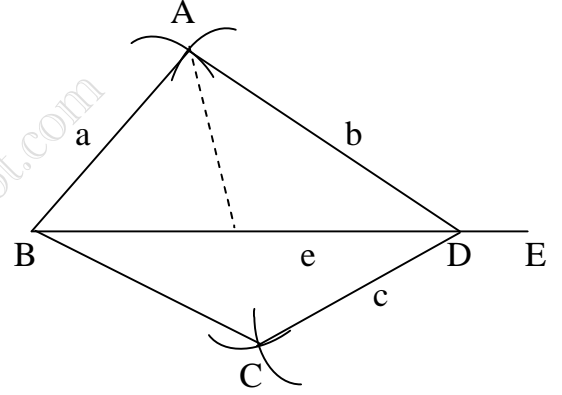
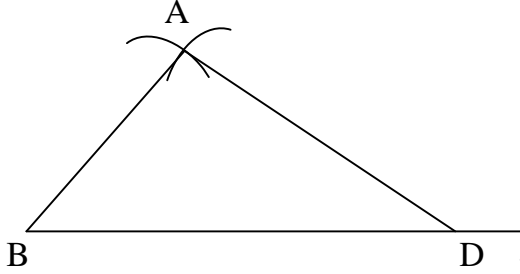
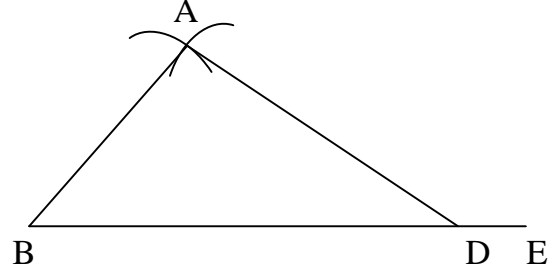
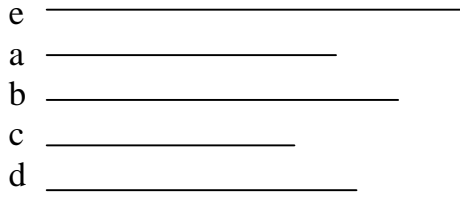
সুতারাং, ABCD- ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

সম্পাদ্য ৩

কোনো চতুর্ভুজের তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য d, e দেওয়া আছে। যেখানে $a + b > e$ এবং $b + c > d$ । চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BD = e$ নিই। B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) আবার, D ও A কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেদিকে A রয়েছে এর বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD - ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

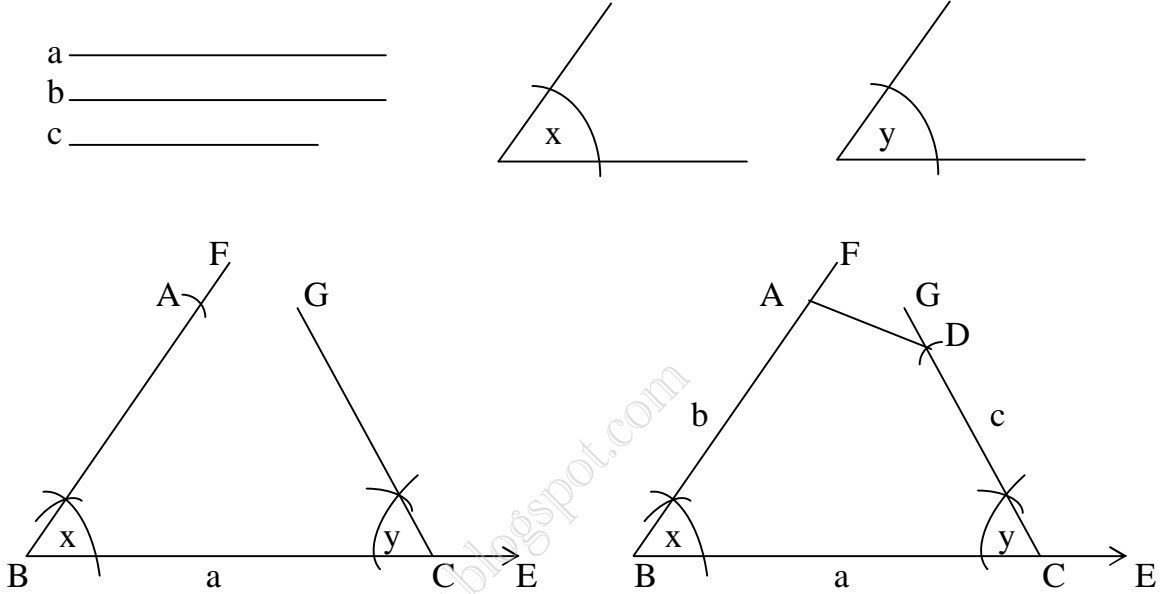
অঙ্কন অনুসারে, $AB = a$, $AD = b$, $CD = c$ এবং কর্ণ $BD = e$ ও $AC = d$
সুতারাং, ABCD - ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

সম্পাদ্য ৪

কোনো চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও দুইটি অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a, b, c এবং a ও b বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ এবং a ও c বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle y$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি। BF থেকে $BA = b$ এবং CG থেকে $CD = c$ নিই। A, D যোগ করি। তাহলে, ABCD - ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে, $AB = b, BC = a, CD = c, \angle ABC = \angle x$ ও $\angle DCB = \angle y$
সুতারাং, ABCD - ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

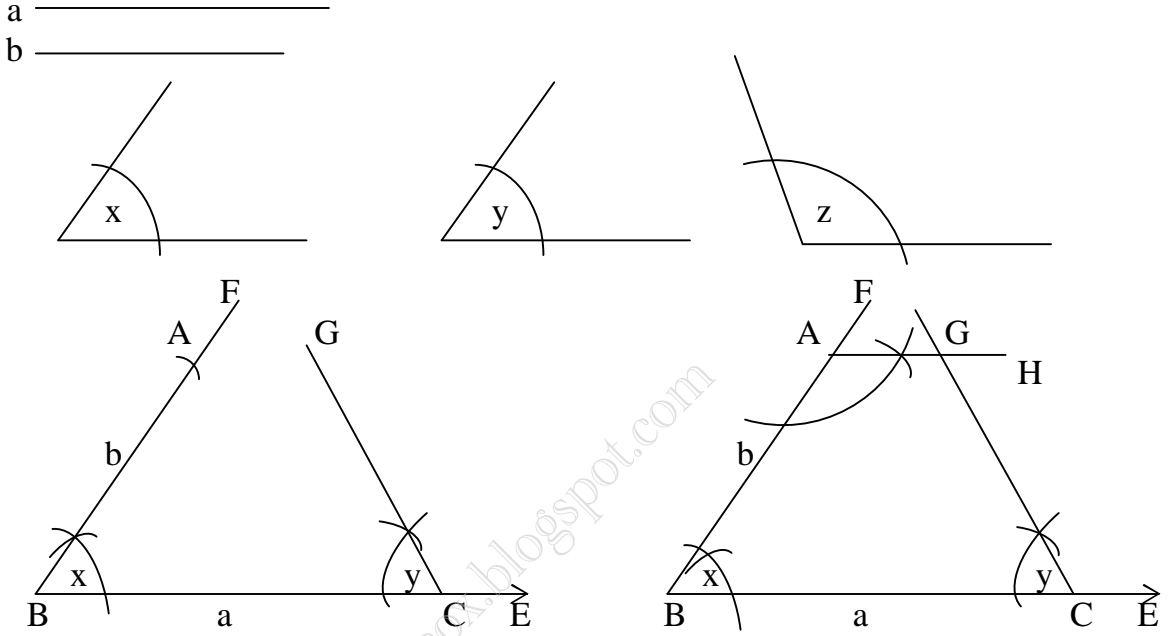
সম্পাদ্য ৫

কোনো চতুর্ভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও তিনটি কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহু a, b এবং তিনটি কোণ $\angle x, \angle y, \angle z$ দেওয়া আছে।

চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B ও C $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি। BF থেকে $BA = b$ নিই। A বিন্দুতে $\angle z$ এর সমান করে $\angle BAH$ অঙ্কন করি। AH ও CG পরস্পরকে D ছেদ করে। তাহলে, ABCD - ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

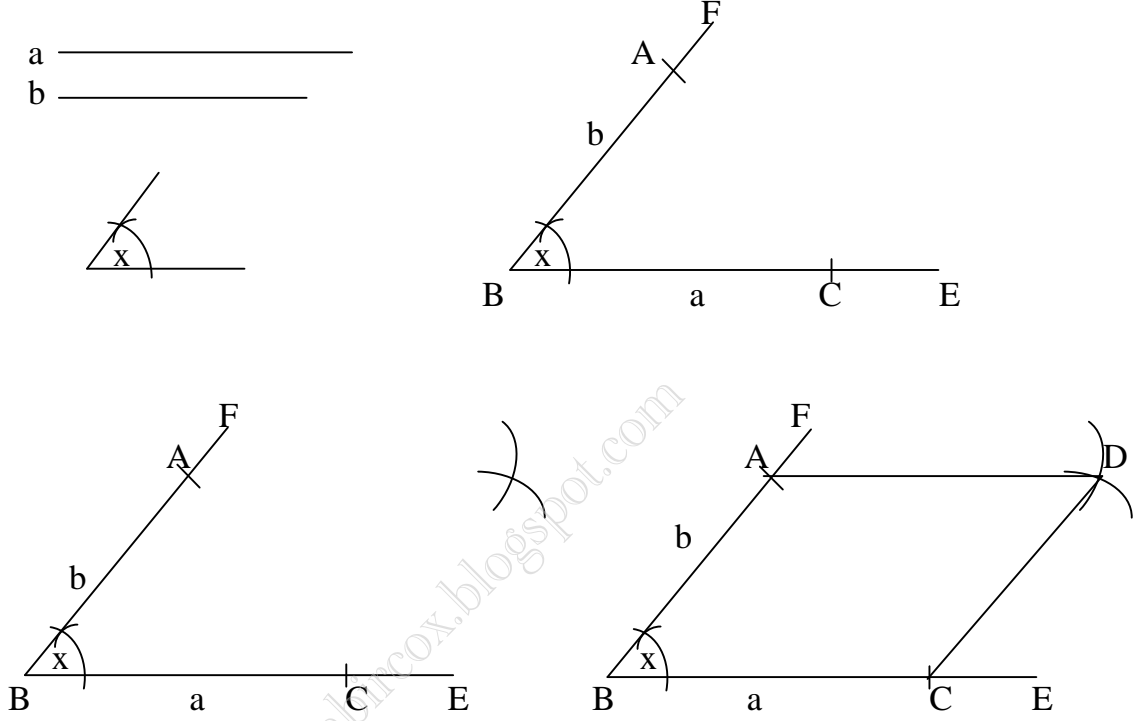
প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে, $AB = b, BC = a, \angle ABC = \angle x, \angle DCB = \angle y$ ও $\angle BAD = \angle z$
সুতারাং, ABCD - ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

সম্পাদ্য ৬

কোনো সামান্তরিকের সম্মিহিত দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি সম্মিহিত বাহু a ও b এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ অঙ্কন করি। BF থেকে b এর সমান BA নিই। A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D ও C, D যোগ করি। তাহলে ABCD - ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ :

A, C যোগ করি। $\triangle ABC$ ও $\triangle ADC$ এ $AB = CD = b$, $AD = BC = a$ এবং AC বাহু সাধারণ।

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCA$$

অতএব, $\angle BAC = \angle DCA$ কিন্তু, কোন দুইটি একান্তর কোণ।

$$\therefore AB \parallel CD \text{ অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, } BC \parallel AD$$

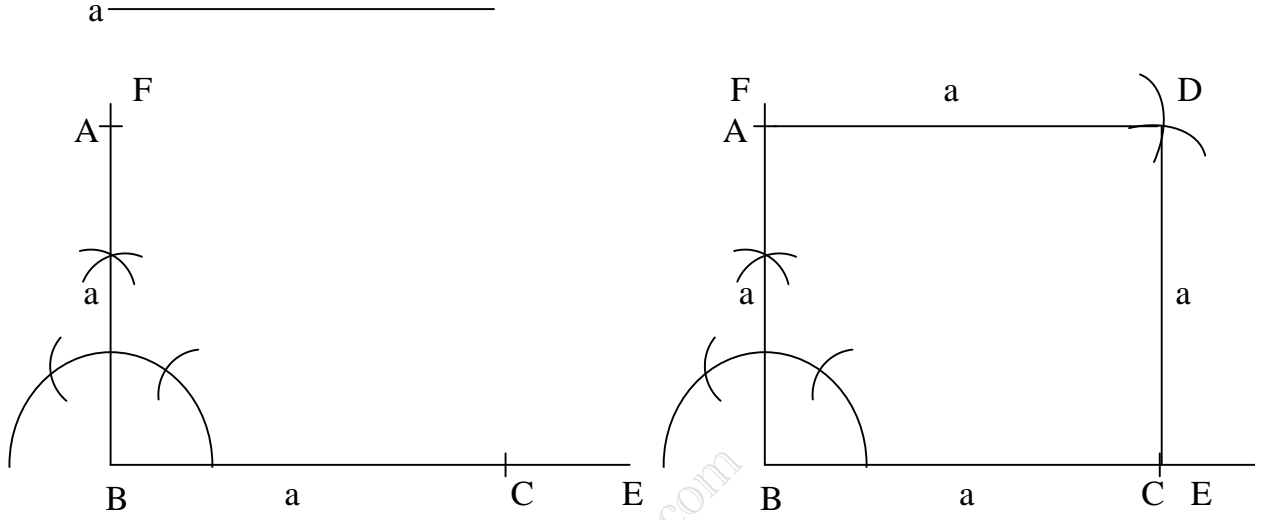
সুতারাং ABCD একটি সামান্তরিক। আবার অঙ্কন অনুসারে $\angle ABC = \angle x$

অতএব, ABCD - ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

সম্পাদ্য ৭

কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, বর্গটি আঁকতে হবে।

মনে করি, a কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য। বর্গটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে $BC = a$ নিই। B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি। BF থেকে $BA = a$ নিই। A ও C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। A ও D এবং C ও D যোগ করি। তাহলে ABCD - ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

প্রমাণ :

ABCD চতুর্ভুজের $AB = BC = CD = DA = a$ এবং $\angle ABC =$ এক সমোকোণ। সুতারাং, এটি একটি বর্গ। অতএব ABCD - ই নির্ণেয় বর্গ।

অনুশীলনী ৮.২

১। একটি চতুর্ভুজ আঁকতে কয়টি অনন্য নিরপেক্ষ উপাত্তের প্রয়োজন?

(ক) ৩টি

(খ) ৪টি

(গ) ৫টি

(ঘ) ৬টি

২। i দুইটি সন্নিহিত বাহু দেওয়া থাকলে আয়ত আঁকা যায়।

ii চারটি কোণ দেওয়া থাকলে একটি চতুর্ভুজ আঁকা যায়।

iii বর্গের একটি বাহু দেওয়া থাকলে বর্গ আঁকা যায়।

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii

(খ) i ও iii

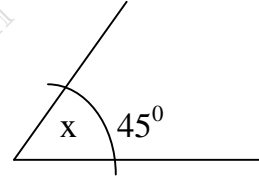
(গ) ii ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

৩। নিম্নের প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে চতুর্ভুজ অঙ্কন কর :

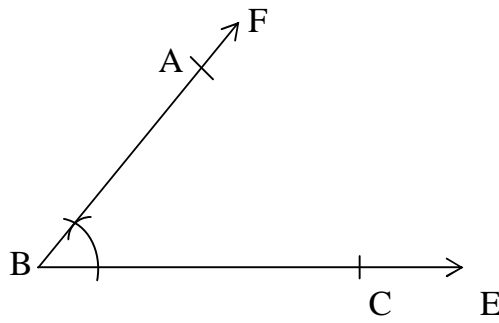
(ক) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ৩ সে.মি., ৩.৫ সে.মি., ২.৮ সে.মি., ও ৩ সে.মি. এবং কোণ 45° ।

a	3 সে.মি.
b	3.5 সে.মি.
c	2.8 সে.মি.
d	3 সে.মি.



সমাধান :

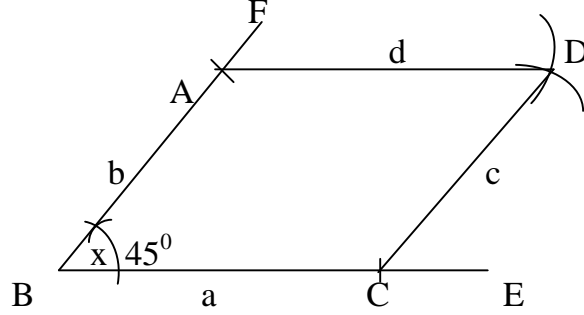
বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c ও d এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৩ সে.মি., ৩.৫ সে.মি., ২.৮ সে.মি. ও ৩ সে.মি. এবং a ও b এর অন্তরভুক্ত $\angle x = 45^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

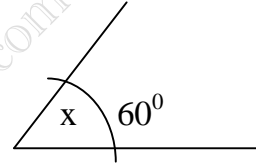
(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC=a কেটে নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি। BF থেকে BA = b নিই।

(২) এখন A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।



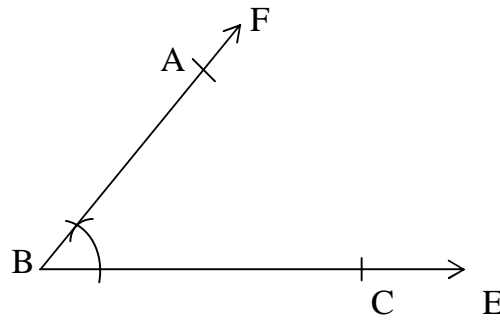
(খ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., ও 4.5 সে.মি. এবং কোণ 60° ।

a	4 সে.মি.
b	3 সে.মি.
c	3.5 সে.মি.
d	4.5 সে.মি.



সমাধান :

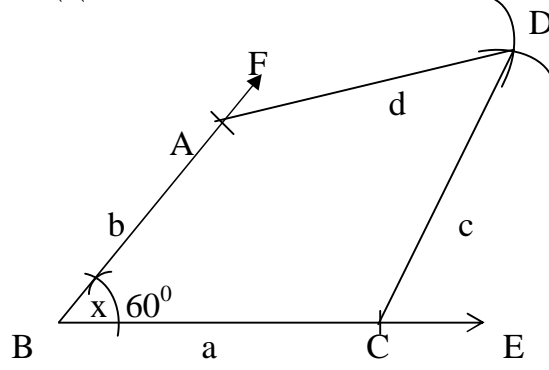
বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c ও d এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. ও 4.5 সে.মি. এবং a ও b এর অন্তরভুক্ত $\angle x = 60^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC=a কেটে নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি। BF থেকে BA = b নিই।

(২) এখন A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।



(গ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি., ও 2.8 সে.মি. এবং কর্ণ 5 সে.মি.।

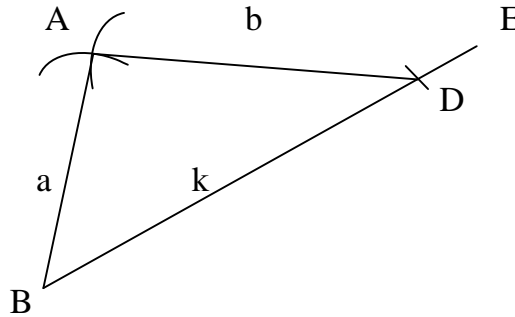
সমাধান :

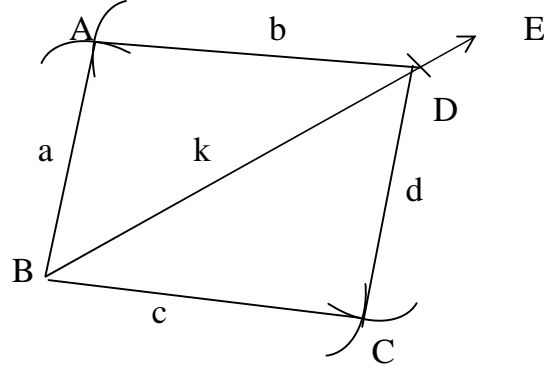
বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c ও d এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.2 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি. ও 2.8 সে.মি. এবং কর্ণ k এর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

a	3.2 সে.মি.
b	3.5 সে.মি.
c	2.5 সে.মি.
d	2.8 সে.মি.
k	5 সে.মি.

অঙ্কনের বিবরণ :





(১) যেকোনো রশ্মি BE হতে $BD = k$ নিই। B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর এক পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) আবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে পাশে A আছে তার বিপরীত পাশে আরো দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে। A, B; A, D; C, D এবং B, C যোগ করি। তাহলে ABCD- ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(ঘ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., ও 2.8 সে.মি. এবং কর্ণ 5 সে.মি.।

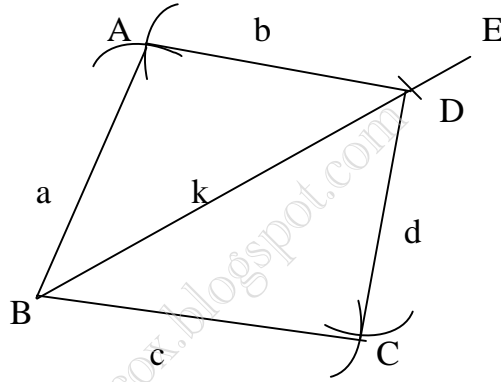
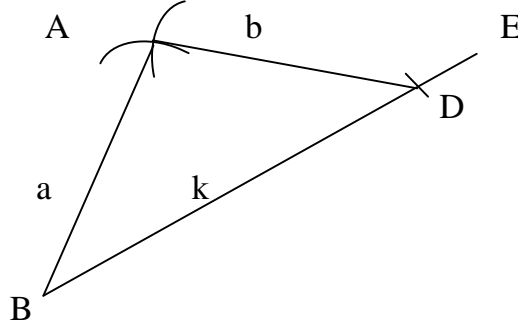
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c ও d এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.2 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. ও 2.8 সে.মি. এবং কর্ণ k এর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

a	3.2 সে.মি.
b	3 সে.মি.
c	3.5 সে.মি.
d	2.8 সে.মি.
k	5 সে.মি.

অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রশ্মি BE হতে $BD = k$ নিই। B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর এক পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

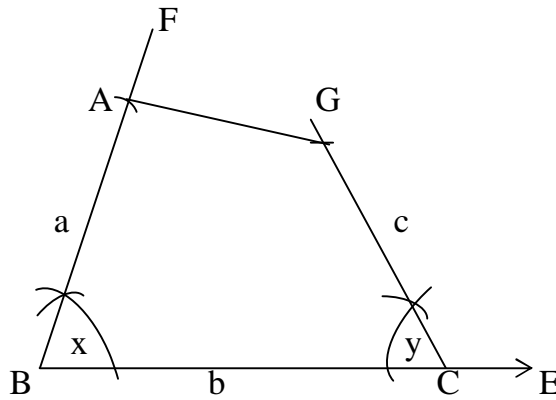
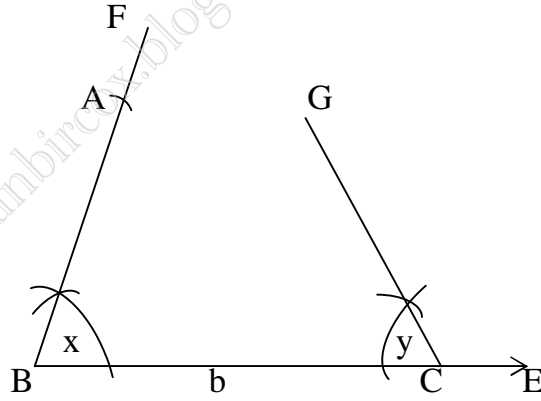
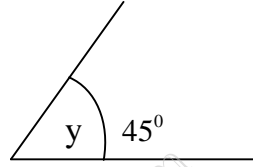
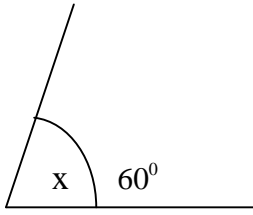
(২) আবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে পাশে A আছে তার বিপরীত পাশে আরো দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে। A, B; A, D; C, D এবং B, C যোগ করি। তাহলে ABCD- ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(ঙ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি., এবং কোণ 60° ও 45° ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a , b ও c এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.2 সে.মি., 3 সে.মি. 3.5 সে.মি. ও 2.5 সে.মি. এবং b বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60^\circ$ ও $\angle y = 45^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

a 3 সে.মি.
b 3.5 সে.মি.
c 2.5 সে.মি.



অঙ্কনের বিবরণ :

- (১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC = b নিই।
- (২) B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি।
- (৩) BF থেকে BA = a এবং CG থেকে CD = c নিই।
- (৪) A ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD - ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

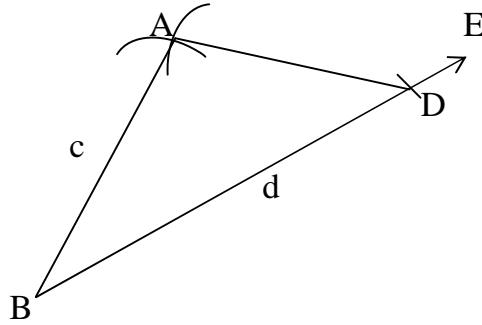
(চ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি., 4.5 সে.মি., এবং দুইটি কর্ণ 5.2 সে.মি. ও 6 সে.মি. ।

সমাধান :

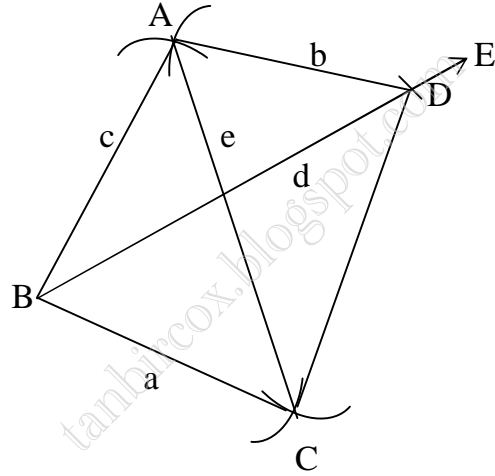
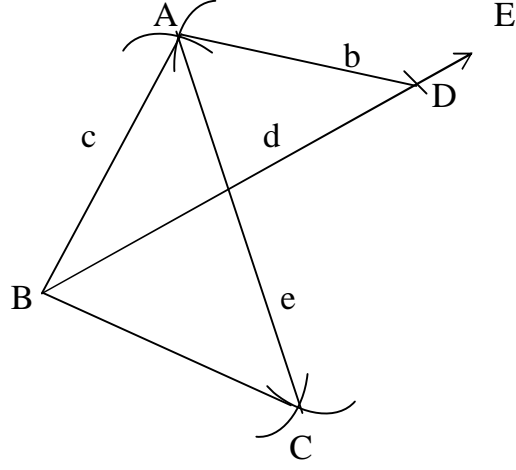
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a, b ও c - এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি., ও 4.5 সে.মি., এবং কর্ণ d ও e - এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5.2 সে.মি. ও 6 সে.মি. দেওয়া আছে।
চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

a	3 সে.মি.
b	4 সে.মি.
c	4.5 সে.মি.
d	5.2 সে.মি.
e	6 সে.মি.

অঙ্কনের বিবরণ :



- (১) যেকোনো রেখা BE থেকে BD = d নিই। B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র কর যথাক্রমে c ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A, B ও A, D যোগ করি।



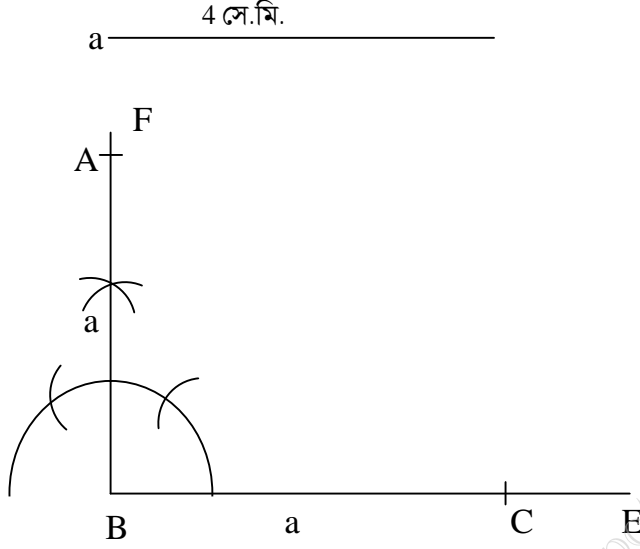
(২) আবার, B ও A কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD- এর যে দিকে A আছে তার বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এখন B, C; D, C ও A, C যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

৪। একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য ৪ সে.মি. বর্গটি আঁক।

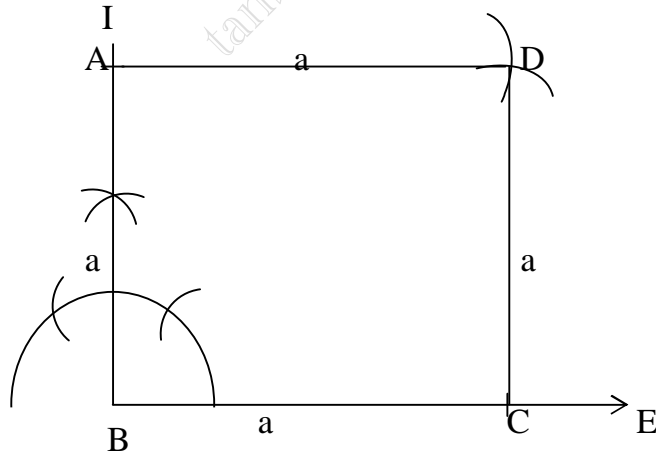
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 4$ সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে $BC = a$ নিই। B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি। BF থেকে $BA = a$ নিই।



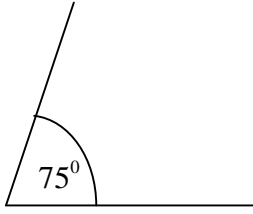
(২) A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ - এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A ও D এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD- ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

৫। রস্থসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি. 75° রস্থসটি আঁক।

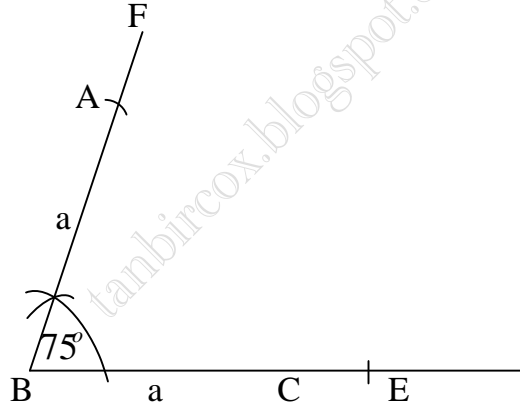
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, রস্থসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য $a = 3.5$ সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 75^\circ$ দেওয়া আছে। রস্থসটি আঁকতে হবে।

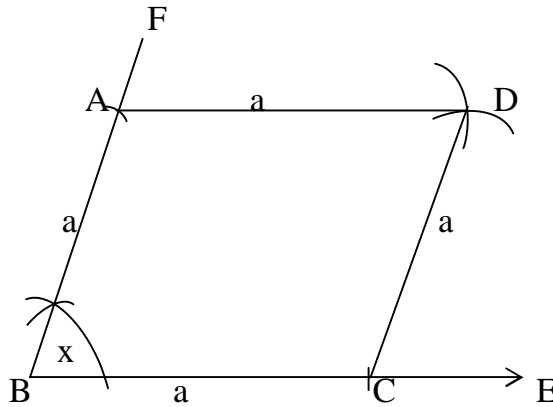
b $\overline{\hspace{2cm}}$ 3.5 সে.মি.



অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রেখা BE থেকে $BC = a$ নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি। BF থেকে $BA = a$ নিই।

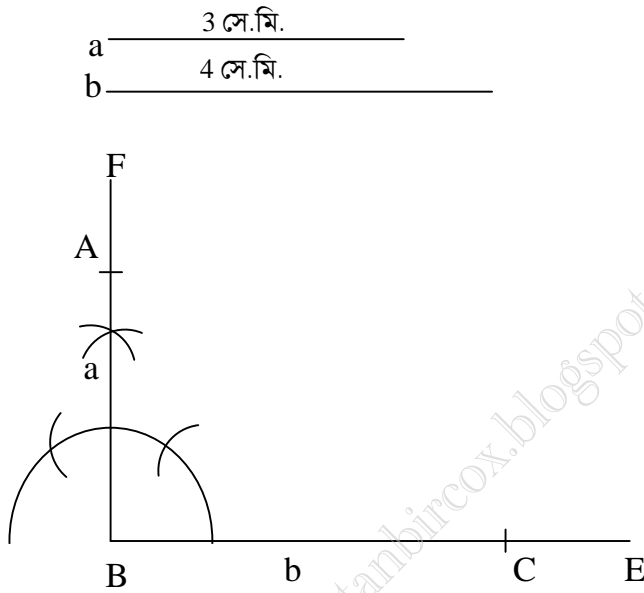


(২) A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ - এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্ত চাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

৬। আয়তের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. ও 4 সে.মি.; আয়তটি আঁক।

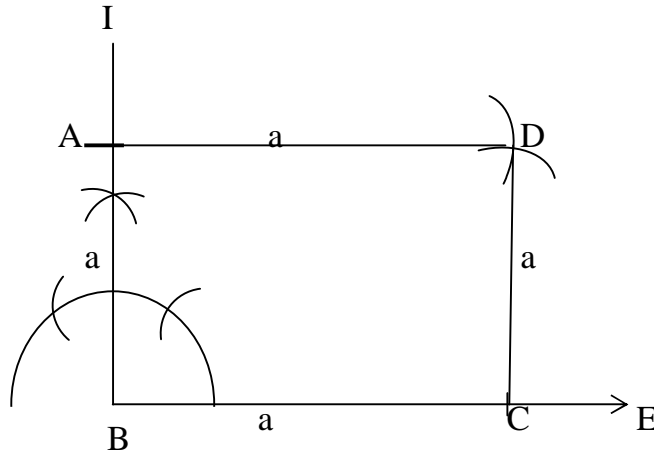
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের সম্বন্ধিত বাহু a ও b- এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. ও 4 সে.মি. দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে $BC = b$ নিই। B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি। BF থেকে $BA = a$ নিই।



অঙ্কনের বিবরণ :

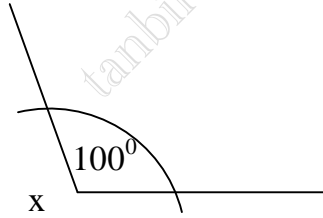
(২) A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ - এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্ত চাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

৭। চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দুতে কর্ণ দুইটির চারটি খন্ডিত অংশ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁক। $OA = 4.2$ সে.মি., $OB = 5.8$ সে.মি., $OC = 3.7$ সে.মি., $OD = 4.5$ সে.মি. ও $\angle AOB = 100^\circ$

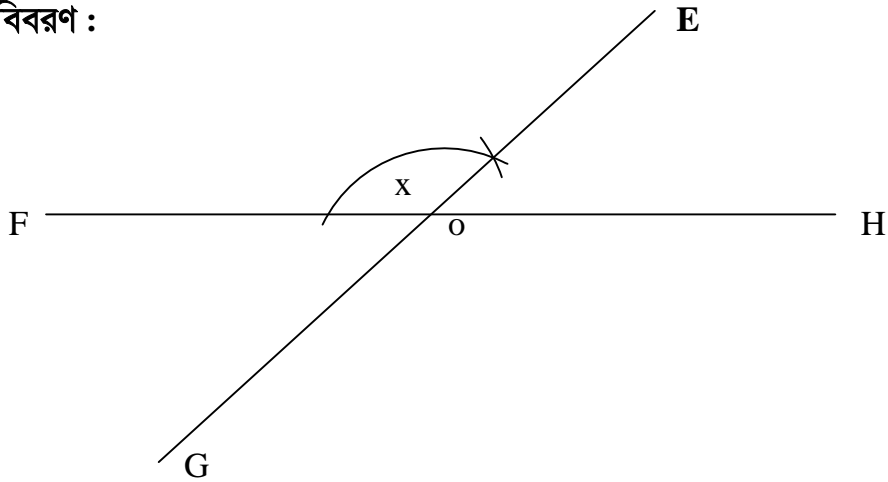
সমাধান :

বিশেষ নির্বাচন : মনে করি, একটি চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি পরস্পরকে $a = OA = 4.2$ সে.মি. ও $c = OC = 3.7$ সে.মি. এবং $b = OB = 5.8$ সে.মি. ও $d = OD = 4.5$ সে.মি. অংশে বিভক্ত করে এবং কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দুতে উৎপন্ন একটি কোণ $\angle x = \angle AOB = 100^\circ$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

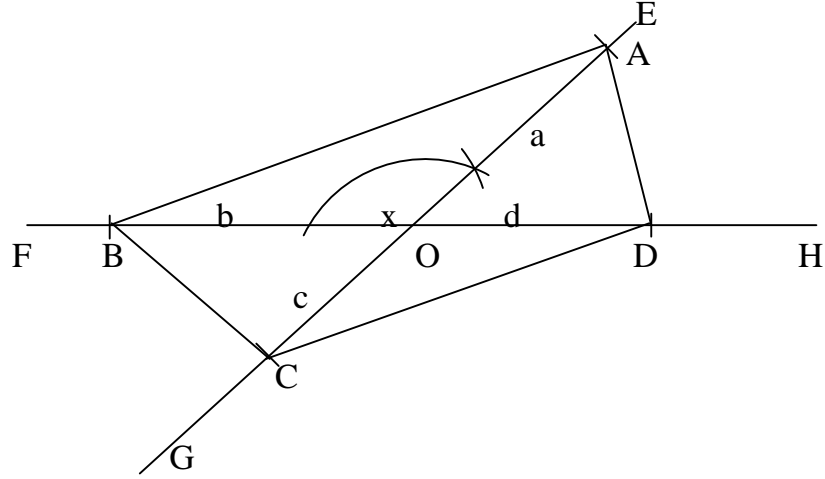
- a 4.2 সে.মি.
- b 5.8 সে.মি.
- c 3.7 সে.মি.
- d 4.5 সে.মি.



অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রেখা FH-এর একটি বিন্দু O নিই এবং O বিন্দুতে $\angle FOE = \angle x$ আঁকি EO রেখাকে G বর্ধিত করি।



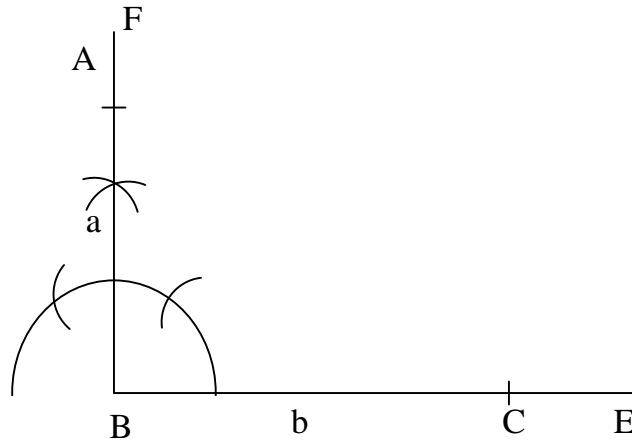
(২) FH রেখার O বিন্দুর দুই পাশে B ও D বিন্দু নিই যেন $OB = b$, $OD = d$ হয় এবং OE রেখা হতে $OA = a$ এবং OG হতে $OC = c$ নিই। A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A যোগ করি। তাহলে ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

৮। দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। আয়তটি আঁক।

সমাধান :

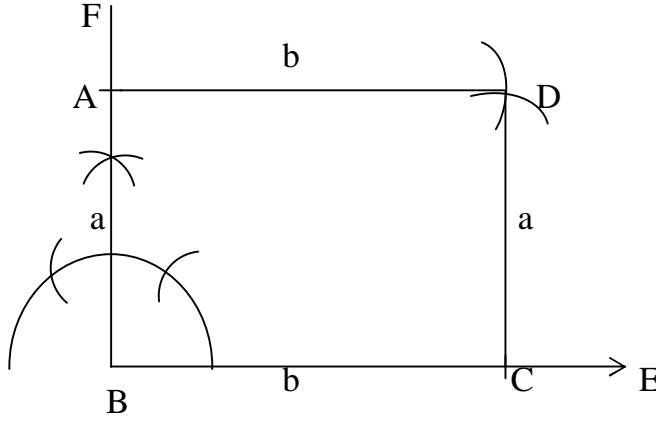
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a ও b দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

a _____
b _____



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC = b নিই। B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি। BF থেকে BA = a নিই।



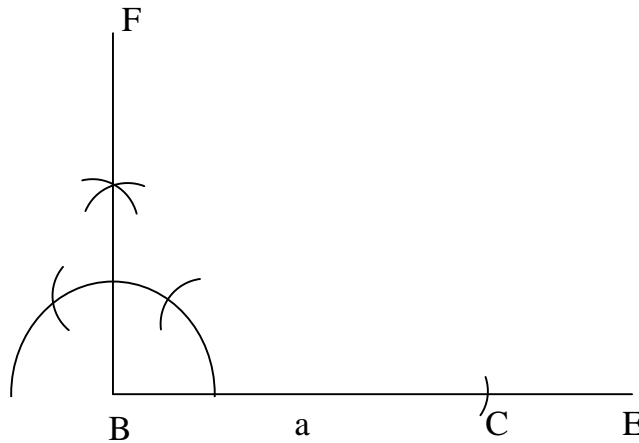
(২) A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ - এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD - ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

৯। কর্ণ এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

সমাধান :

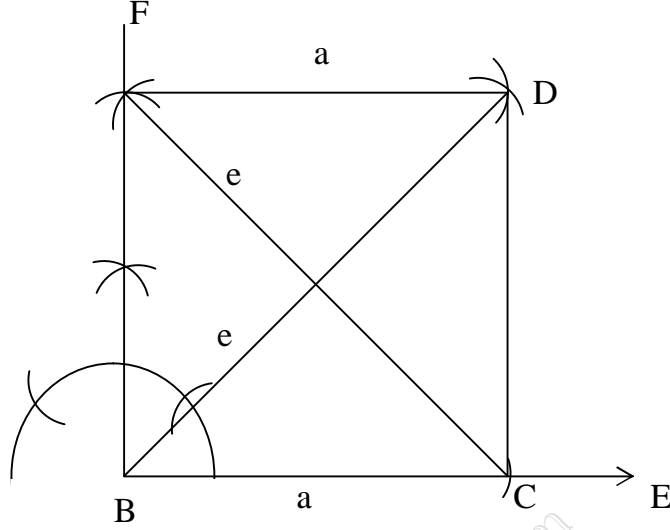
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের কর্ণ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে e ও a দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

a _____
b _____



অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রেখা BE থেকে BC = a নিই। B বিন্দুতে $BF \perp BC$ আঁকি।



- (২) C বিন্দুকে কেন্দ্র করে e- এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। এটি BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৩) এখন A ও B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e- এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৪) A ও D এবং C ও D যোগ করি। তাহলে ABCD উদ্দিষ্ট আয়ত।

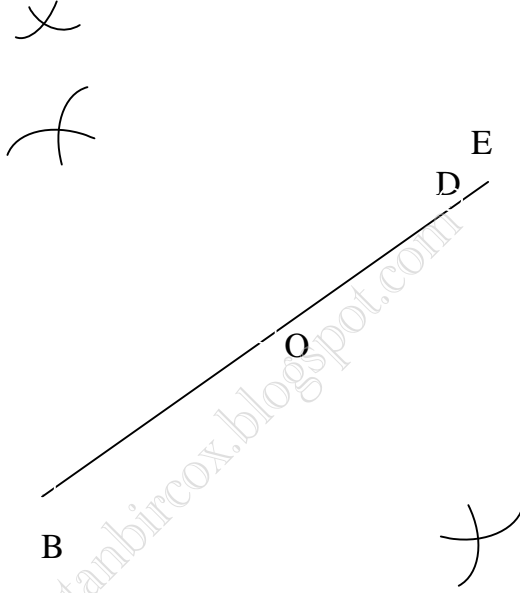
১০। একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

সমাধান :

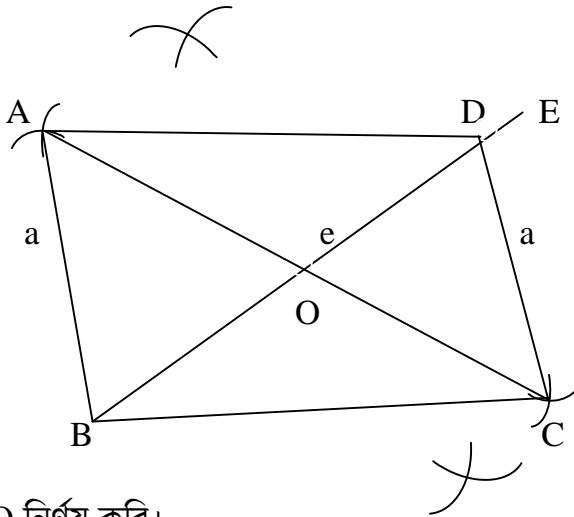
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সামান্তরিকের একটি বাহু a এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য d ও e দেওয়া আছে, সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

a _____
b _____
c _____

অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রেখা BE থেকে e - এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।



(২) BD - এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

(৩) B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD- এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৪) আবার O- কে কেন্দ্র করে d-এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD - এর উভয় পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই চাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৫) এখন A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD- ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

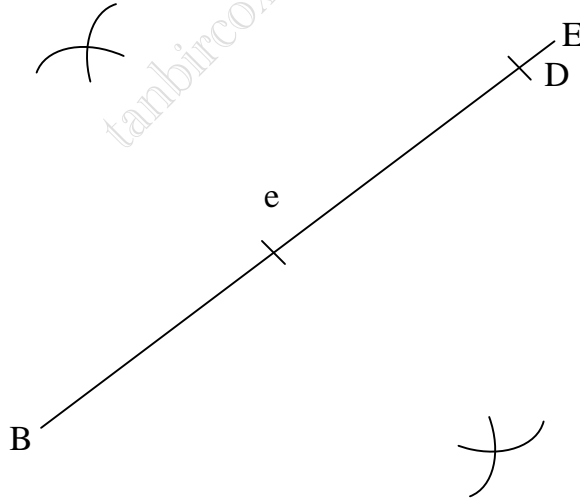
১১। একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি রম্বসের একটি বাহু a ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।

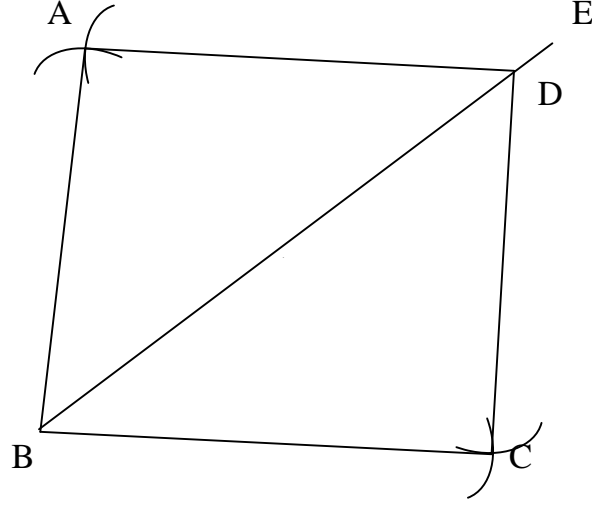
a _____
e _____

অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রেখা BE থেকে e-এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

(২) এখন B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD- এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।



(৩) আবার, D বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে BD- এর উভয় পাশে আরো দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই চাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) এখন, A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A বিন্দুগুলো যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

১২। দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি রম্বসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য p ও q দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

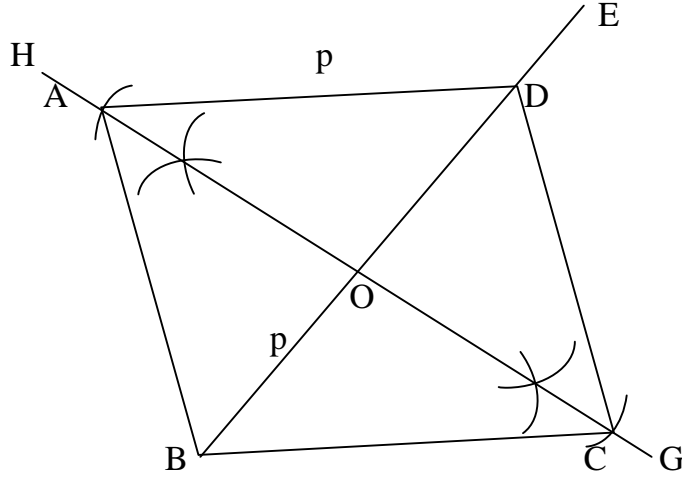
p _____
q _____

অঙ্কনের বিবরণ :



q _____



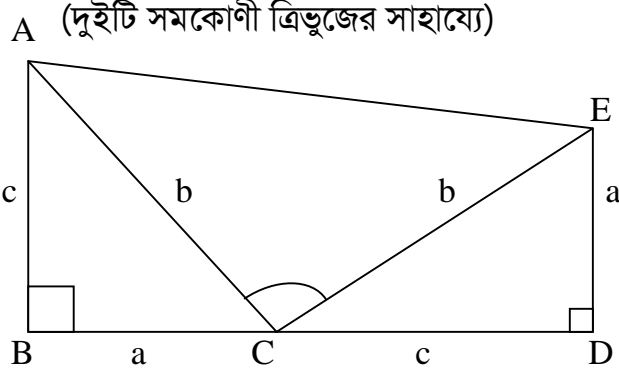


- (১) যেকোনো রেখা BE থেকে কর্ণ p - এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।
- (২) BD রেখাকে O বিন্দুতে GH রেখা দ্বারা সমদ্বিখন্ডিত করি। এখন O কে কেন্দ্র করে q এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।
- (৩) এই বৃত্ত চাপদ্বয় GH রেখাকে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।
- (৪) এখন A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A বিন্দুগুলো যোগ করি। তাহলে ABCD - ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

নবম অধ্যায় ৯ পিথাগোরাসের উপপাদ্য

৯.২ পিথাগোরাসের উপপাদ্য

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B = 90^\circ$ অতিভুজ $AC = b$, $AB = c$ ও $BC = a$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ অর্থাৎ $b^2 = c^2 + a^2$

অঙ্কন : BC কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন $CD = AB = c$ হয়। D বিন্দুতে বর্ধিত BC এর উপর DE লম্ব আঁকি, যেন $DE = BC = a$ হয়। C, E ও A, E যোগ করি।

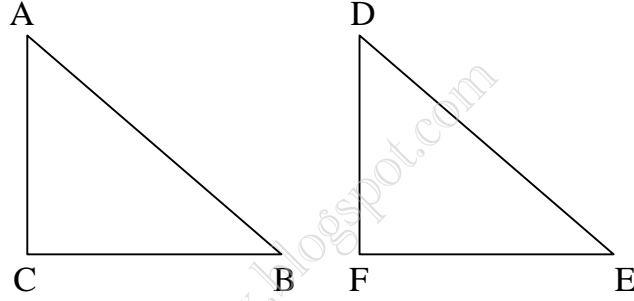
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle ABC$ ও $\triangle CDE$ এ $AB = CD = c$, $BC = DE = a$ এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC =$ অন্তর্ভুক্ত $\angle CDE$ [প্রত্যেকে সমকোণ] সুতরাং, $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ $\therefore AC = CE = b$ এবং $\angle BAC = \angle ECD$	[বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, $AB \perp BD$ এবং $ED \perp BD$ বলে $AB \parallel ED$ সুতরাং, ABDE একটি ট্রাপিজিয়াম।	[ছেদকের দুই অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
(৩) তদুপরি, $\angle ACB + \angle BAC = \angle ACB + \angle ECD =$ এক সমকোণ। $\therefore \angle ACE =$ এক সমকোণ। $\triangle ACE$ সমকোণী ত্রিভুজ। এখন ABDE ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= (\triangle \text{ক্ষেত্র } ABC + \triangle \text{ক্ষেত্র } CDE + \triangle \text{ক্ষেত্র } ACE)$ বা, $\frac{1}{2} BD(AB + DE) = \frac{1}{2} ac + \frac{1}{2} ac + \frac{1}{2} b^2$	[ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল \times

<p>বা, $\frac{1}{2}(BC+CD)(AB+DE) = \frac{1}{2} [2ac + b^2]$</p> <p>বা, $(a + c)(a + c) = 2ac + b^2$ [2 দ্বারা গুণ করে]</p> <p>বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$</p> <p>বা, $a^2 + c^2 = b^2$ (প্রমাণিত)</p>	সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব]
--	--

৯.৩ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য

যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান হয়, তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle C =$ এক সমকোণ।

অঙ্কন : এমন একটি ত্রিভুজ DEF আঁকি, যেন $\angle F$ এক সমকোণ, $EF = BC$ এবং $DF = AC$ হয়।

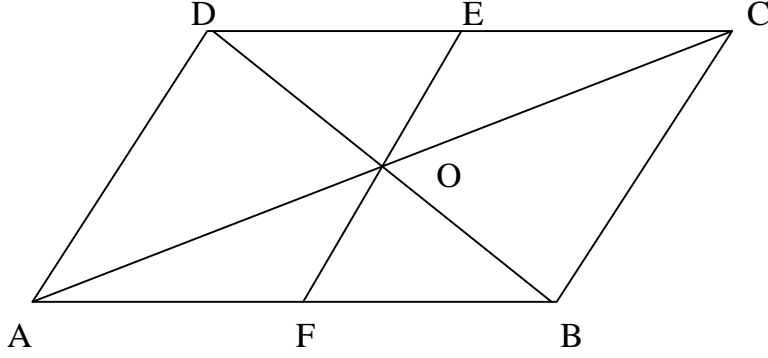
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) $DE^2 = EF^2 + DF^2$</p> <p>$= BC^2 + AC^2$</p> <p>$= AB^2$</p> <p>এখন ΔABC ও ΔDEF এ $BC = EF$, $AC = DF$</p> <p>$AB = DE$</p> <p>$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$</p> <p>$\therefore \angle C = \angle F$</p> <p>$\therefore \angle F =$ এক সমকোণ</p> <p>$\therefore \angle C =$ এক সমকোণ। (প্রমাণিত)</p>	<p>[কারণ ΔDEF এক সমকোণ]</p> <p>[কল্পনা]</p> <p>[বাহু- বাহু- বাহু সর্বসমতা]</p>

অনুশীলনী ৯

১। ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরে O যেকোনো একটি বিন্দু।
প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AOB + Δ ক্ষেত্র COD = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্রে ABCD)

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরে O যেকোনো একটি বিন্দু। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AOB + Δ ক্ষেত্র COD = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্রে ABCD)

অঙ্কন : O বিন্দু হতে AB- এর উপর OF লম্ব টানি। FO কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন তা CD কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

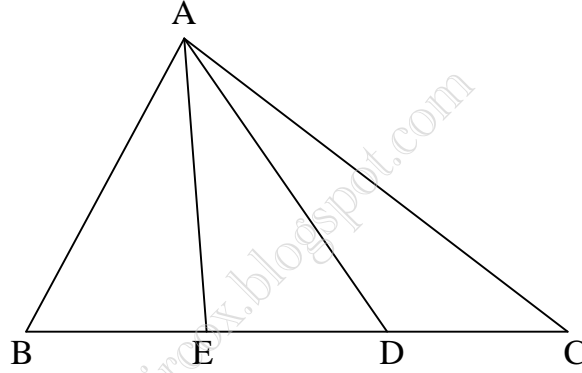
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AB \parallel CD এবং EF তাদের ছেদক। $\therefore \angle DEF = \angle EFB =$ এক সমকোণ \therefore ABCD সামান্তরিকের উচ্চতা EF সুতারাং ABCD = AB \times EF এখানে, Δ AOB এ ভূমি AB এবং উচ্চতা OF $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র AOB = $\frac{1}{2} \times AB \times OF$	[একান্তর কোণ এবং $EF \perp AB$ বলে] [যেহেতু সামান্তরিক ক্ষেত্র = ভূমি \times উচ্চতা]
(২) অনুরূপভাবে, Δ ক্ষেত্র COD = $\frac{1}{2} \times CD \times OE$ $= \frac{1}{2} \times AB \times OE$	[$\therefore \angle OFB =$ এক সমকোণ] [$\therefore \angle OED =$ এক সমকোণ তাই OF উচ্চতা] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
(৩) Δ ক্ষেত্র AOB + Δ ক্ষেত্র COD	[(১) ও (২) থেকে]

$= \frac{1}{2} \times AB \times OF + \frac{1}{2} \times AB \times OE$ $= \frac{1}{2} AB(OF + OE)$ $= \frac{1}{2} AB.EF$ $= \frac{1}{2} (\text{সামান্তরিক ক্ষেত্র } ABCD)$ <p style="text-align: center;">(প্রমাণিত)</p>	
---	--

২। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC - এ AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র $ABD = \Delta$ ক্ষেত্র ACD

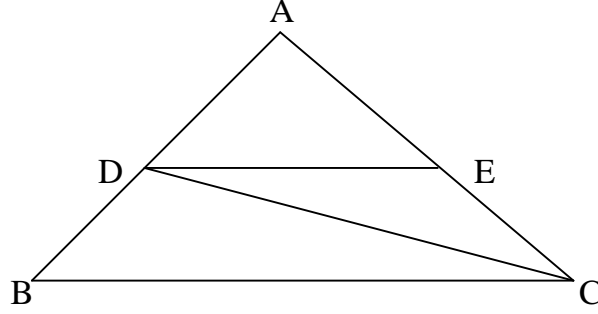
অঙ্কন : A বিন্দু থেকে BC - এর উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) যেহেতু AD মধ্যমা, সেহেতু $BD = CD$</p> <p>Δ ক্ষেত্র ABD- এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BD \times AE$</p> <p>(২) আবার, Δ ক্ষেত্র ACD- এর ক্ষেত্রফল</p> $= \frac{1}{2} \times CD \times AE$ $= \frac{1}{2} \times BD \times AE$ <p>$\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ABD = \Delta$ ক্ষেত্র ACD।</p> <p style="text-align: center;">(প্রমাণিত)</p>	<p>[ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভূমি\timesউচ্চতা]</p> <p>[(১) থেকে]</p>

৩। $\triangle ABC$ এ AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E . প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ক্ষেত্র CDE = \frac{1}{4} (\triangle ক্ষেত্র ABC)$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ - এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle ক্ষেত্র CDE = \frac{1}{4} (\triangle ক্ষেত্র ABC)$

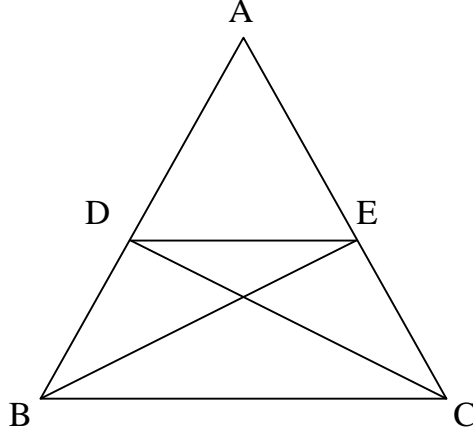
অঙ্কন : C, D এবং D, E যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, D , AB - এর মধ্যবিন্দু। সেহেতু CD , $\triangle ABC$ - এর মধ্যমা। $\therefore \triangle ক্ষেত্র CDE = \frac{1}{2} (\triangle ক্ষেত্র ABC)$	
(২) আবার, যেহেতু $\triangle ACD$ - এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E সুতারাং DE , $\triangle ACD$ - এর মধ্যমা $\therefore \triangle ক্ষেত্র CDE = \frac{1}{2} (\triangle ক্ষেত্র ACD)$ $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (\triangle ক্ষেত্র ABC)$ $= \frac{1}{4} (\triangle ক্ষেত্র ABC)$	[ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে দুইটি সমান অংশে বিভক্ত করে] [ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইটি অংশে বিভক্ত করে] [(১) থেকে]
অর্থাৎ $\triangle ক্ষেত্র CDE = \frac{1}{4} (\triangle ক্ষেত্র ABC)$ <p style="text-align: right;">(প্রমাণিত)</p>	

৪। $\triangle ABC$ এ BC ভূমির সামান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle DBE = \triangle EBC$ এবং $= \triangle CDE$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ - এর ভূমি BC - এর সামান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $\triangle DBC = \triangle EBC$ এবং $\triangle BDE = \triangle CDE$

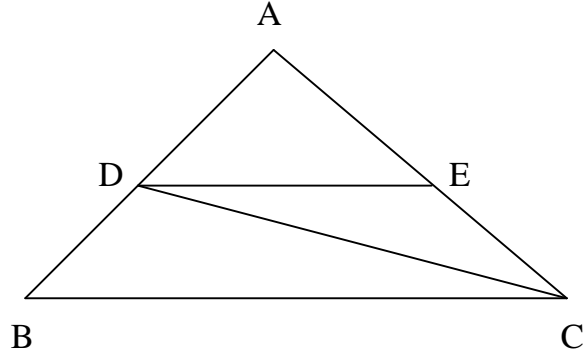
অঙ্কন :

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) $\triangle DBC$ ও $\triangle EBC$ - এ ভূমি $BC =$ ভূমি BC, $BD = CE$ এবং $\angle EBC = \angle DCB$ $\therefore \triangle DBC = \triangle EBC$</p>	<p>[ত্রিভুজদ্বয় একই ভূমি BC এর ওপর এবং একই সামান্তরাল রেখাযুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত]</p>
<p>(২) $\triangle BDE$ ও $\triangle CDE$- এ ভূমি $DE =$ ভূমি DE, $BD = CE$ এবং $\angle BED = \angle CDE$ অতএব, $\triangle BDE = \triangle CDE$ (প্রমাণিত)</p>	<p>[ত্রিভুজদ্বয় একই ভূমি DE এর ওপর এবং একই সামান্তরাল রেখাযুগল DE ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।]</p>

৫। ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। প্রমাণ কর যে, Δ ক্ষেত্র ADE = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC - এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E।
প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ADE = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

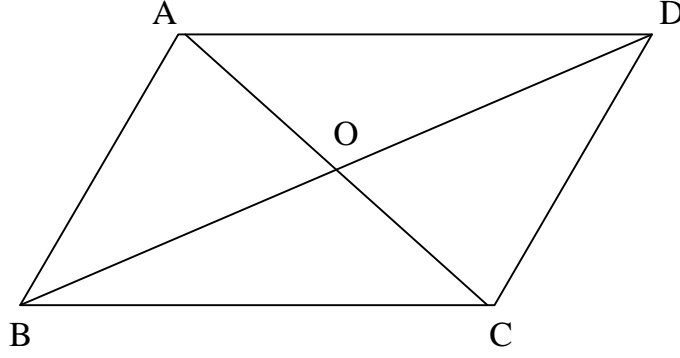
অঙ্কন : C, D এবং D, E যোগ করি

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, D, AB- এর মধ্যবিন্দু সেহেতু CD, ΔABC -এর একটি মধ্যমা। $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ACD = $\frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)	[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি অংশে ভাগ করে]
(২) যেহেতু Δ ক্ষেত্র ACD- এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E. সেহেতু DE, ΔACD - এর মধ্যমা। $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র ADE = $\frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ACD) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ (Δ ক্ষেত্র ABC) $= \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)	[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি অংশে ভাগ করে] [(১) থেকে]
অর্থাৎ Δ ক্ষেত্র ADE = $\frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC). (প্রমাণিত)	

৬। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিকক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান :



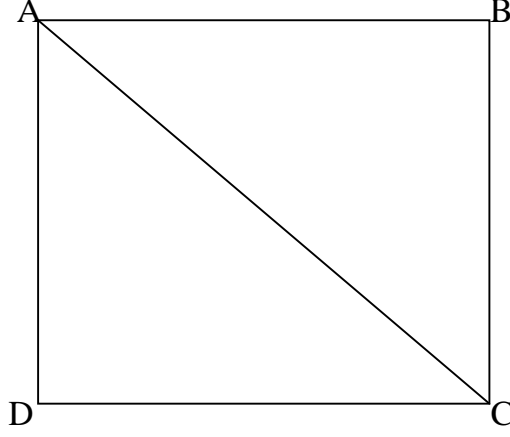
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র $\Delta AOB = \Delta$ ক্ষেত্র $BOC = \Delta$ ক্ষেত্র $COD = \Delta$ ক্ষেত্র AOD .

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $AO = CO$ এবং $BO = DO$	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
(২) এখন, ΔABC - এ BO মধ্যমা $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $AOB = \Delta$ ক্ষেত্র BOC $= \frac{1}{2} \Delta$ ক্ষেত্র ABC	[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি অংশে বিভক্ত করে]
(৩) ΔADC - এ DO মধ্যমা $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $COD = \Delta$ ক্ষেত্র AOD $= \frac{1}{2} \Delta$ ক্ষেত্র ADC $\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$	[সামান্তরিকের কর্ণ সামান্তরিক ক্ষেত্রকে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে]
বা, Δ ক্ষেত্র $ABC = \Delta$ ক্ষেত্র ADC $\therefore \frac{1}{2} \Delta$ ক্ষেত্র $ABC = \frac{1}{2} \Delta$ ক্ষেত্র ADC	[সর্বস্ব ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল সমান]
(৪) Δ ক্ষেত্র $AOB = \Delta$ ক্ষেত্র $BOC = \Delta$ ক্ষেত্র $COD = \Delta$ ক্ষেত্র AOD (প্রমাণিত)	[ধাপ (২) ও (৩) হতে]

৭। প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। এর AC কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে,

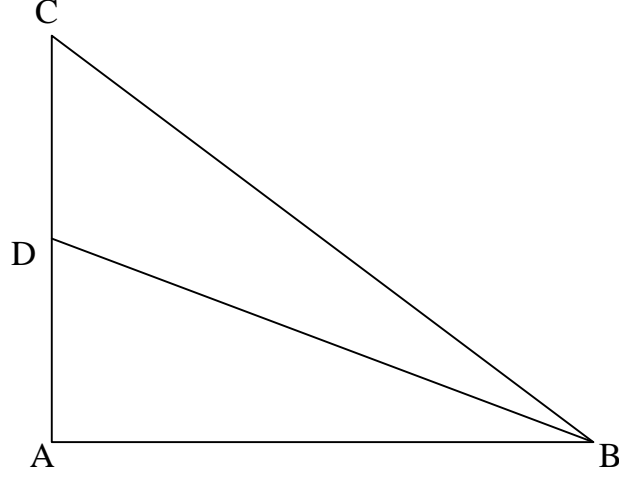
$$AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC -এ $\angle B =$ এক সমকোণ $\therefore \Delta ABC$ সমকোণী এবং AC এর অতিভুজ।	[বর্গক্ষেত্রের সকল কোণ সমকোণ]
(২) এখন, ΔABC -এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$ বা, $2AB^2 = AC^2$ $\therefore AB^2 = \frac{1}{2} AC^2$ (প্রমাণিত)	[পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী] [বর্গক্ষেত্রের বাহুগুলো পরস্পর সমান]

৮। ABC ত্রিভুজের $\angle A =$ এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে,
 $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

সমাধান :



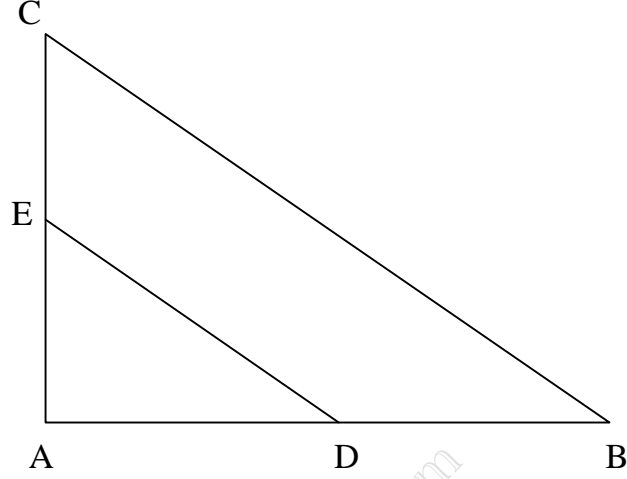
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A =$ এক সমকোণ এবং D, AC- এর উপস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A =$ এক সমকোণ এবং BC এর অতিভুজ। $BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(২) অনুরূপভাবে, ABD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BD $\therefore AB^2 + AD^2 = BD^2$ বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৩) এখানে, $BC^2 + AD^2$ $= AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$ সুতরাং, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$ (প্রমাণিত)	[(১) ও (২) থেকে]

৯। ΔABC ত্রিভুজের $\angle A =$ একসমকোণ D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে,
 $DE^2 = CE^2 + BD^2$ ।

সমাধান :



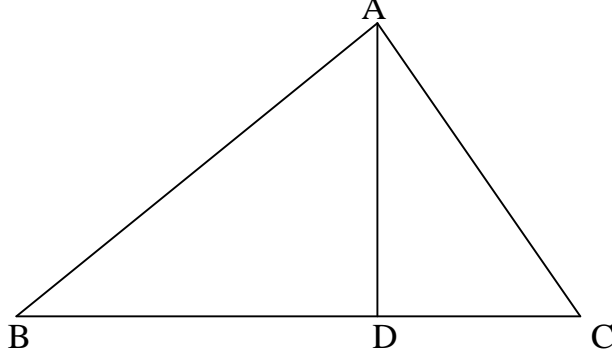
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC - এর $\angle A =$ এক সমকোণ। D ও E যথাক্রমে AB ও AC - এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) এখানে, $AD = BD$ এবং $AE = CE$	[D ও E যথাক্রমে AB ও AC - এর মধ্যবিন্দু।]
(২) এখন ADE সমকোণী ত্রিভুজে, $DE^2 = AE^2 + AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$\therefore DE^2 = CE^2 + BD^2$ (প্রমাণিত)	[(১) থেকে]

১০। $\triangle ABC$ এ BC এর উপর লম্ব AD এবং $AB > AC$ প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$

সমাধান :



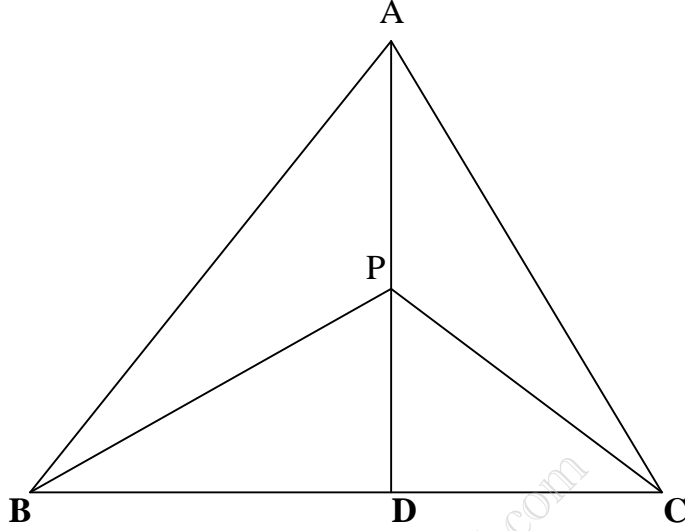
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, $\triangle ABC$ -এ BC এর উপর লম্ব AD এবং $AB > AC$ প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle ABC$ এ AD , BC -এর উপর লম্ব। $\therefore \triangle ABC$ ও $\triangle ACD$ উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	
(২) এখন ABD সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজ $\therefore BD^2 + AD^2 = AB^2$ বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৩) আবার, ACD সমকোণী ত্রিভুজে $AD^2 + CD^2 = AC^2$ বা, $AD^2 = AC^2 - CD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৪) $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$ $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$ (প্রমাণিত)	[(২) ও (৩) থেকে]

১১। ΔABC এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও $AB > AC$ প্রমাণ কর যে,
 $AB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$

সমাধান :



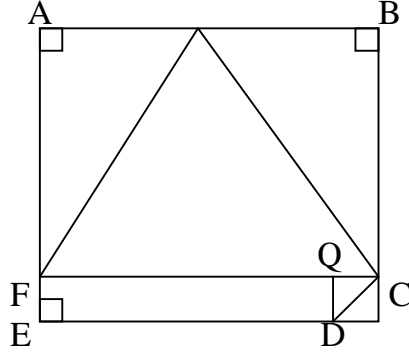
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC -এ BC -এর উপর লম্ব AD এবং AD -এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও $AB > AC$ । P, B ও P, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে

$$AB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC - এ $AD \perp BC$, ΔABD , ΔACD , ΔBPD এবং ΔCPD প্রত্যেকেই সমকোণী ত্রিভুজ	
(২) এখন ΔABD -এ, $AB^2 = BD^2 + AD^2$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান]
(৩) ΔACD -এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$	[একই কারণে]
(৪) $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$	[(২) ও (৩) থেকে]
(৫) আবার, ΔBPD -এ $PB^2 = BD^2 + PD^2$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান]
(৬) ΔPCD -এ $PC^2 = PD^2 + CD^2$	[একই কারণে]
(৭) $PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$ $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$	[(৫) ও (৬) থেকে]
(প্রমাণিত)	[(৪) থেকে]

১২। ABCD বহুভুজে AE || BC, CF ⊥ AE এবং DQ ⊥ CF, ED = 10 মি.মি. EF = 2 মি.মি. BC = 8 মি.মি. AB = 12 মি.মি.



উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের (১- ৪) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

১। ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি.মি.?

- (ক) 64 (খ) 96 (গ) 100 (ঘ) 144

২। নিচের কোনটি FPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর?

- (ক) 32 (খ) 48 (গ) 72 (ঘ) 60

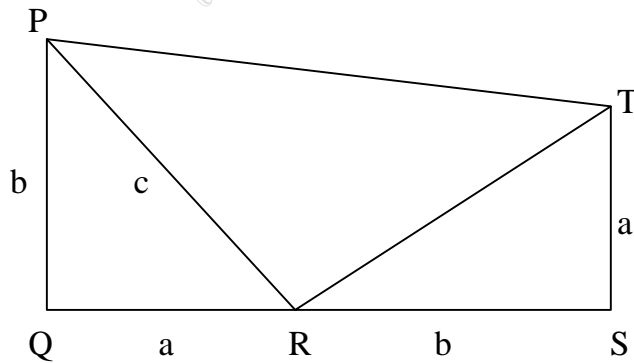
৩। CD - এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটিতে প্রকাশ পায়?

- (ক) $2\sqrt{2}$ (খ) 4 (গ) $4\sqrt{2}$ (ঘ) 8

৪। নিচের কোনটিতে ΔFPC ও ΔDQC এর ক্ষেত্রফলের অন্তর নির্দেশ কর?

- (ক) 46 বর্গ একক (খ) 48 বর্গ একক (গ) 50 বর্গ একক (ঘ) 52 বর্গ একক

১৩।



(ক) PQST কী ধরনের চতুর্ভুজ? স্বপক্ষে যুক্তি দাও।

(খ) দেখাও যে, ΔPRT সমকোণী।

(গ) প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

সমাধান :

(ক) PQST চতুর্ভুজটি ট্রাপিজিয়াম। কারণ PQST চতুর্ভুজের বিপরীত বাহু PQ ও TS বাহুদ্বয় সমান্তরাল এবং অপর বিপরীত PT ও QS বাহুদ্বয় অসমান্তরাল।

(খ) ΔPQR ও ΔRST এ $PQ = RS = b$, $QR = ST = a$ এবং $\angle PQR = \angle RST$ [প্রত্যেক 90°]

$\Delta PQR \cong \Delta RST \therefore PR = RT = c$ এবং $\angle QPR = \angle TRS$

আবার, $PQ \perp QS$ এবং $TS \perp QS$ বলে, $PQ \parallel TS$ সুতরাং, PQST একটি ট্রাপিজিয়াম।

এখন, $\angle PRO + \angle QPR = \angle PRO + \angle TRS = 1$ সমকোণ

$\therefore \angle PRT =$ এক সমকোণ। সুতরাং ΔPQR সমকোণী ত্রিভুজ। (দেখানো হলো)

(গ) এখন, PQST ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র PQR + Δ ক্ষেত্র RST Δ ক্ষেত্র PRT

$$\text{বা, } \frac{1}{2}QS(PQ + TS) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(QR + RS)(PQ + TS) = \frac{1}{2}(2ab + c^2)$$

$$\text{বা, } \frac{1}{2}(a + b)(b + a) = \frac{1}{2}(2ab + c^2)$$

$$\text{বা, } a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

$$\text{বা, } a^2 + b^2 = c^2$$

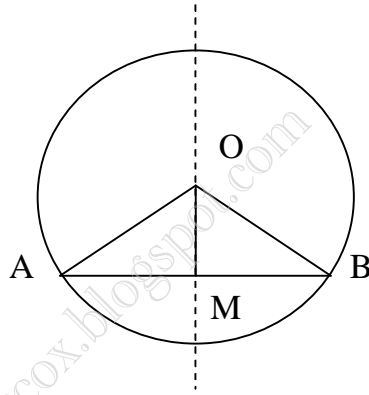
$$\text{বা, } c^2 = b^2 + a^2$$

$$\therefore PR^2 = PQ^2 + QR^2 \text{ (প্রমাণিত)}$$

দশম অধ্যায় ১০ বৃত্ত

উপপাদ্য ১। বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা- এর উপর লম্ব।

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং M এই জ্যা- এর মধ্যবিন্দু। O, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, OM রেখাংশ AB জ্যা- এর উপর লম্ব।



অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

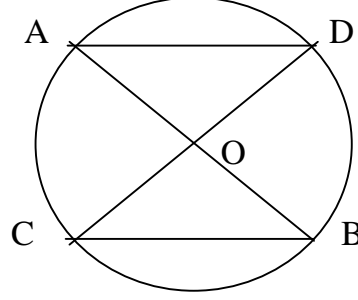
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle OAM$ এবং $\triangle OBM$ এ $AM = BM$ $OA = OB$ এবং $OM = OM$ $\triangle OAM \cong \triangle OBM$ $\therefore \angle OMA = \angle OMB$	M, AB এর মধ্যবিন্দু] [উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [সাধারণ বাহু] [বাহু - বাহু - বাহু উপপাদ্য]
(২) যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান, সুতরাং $\angle OMA = \angle OMB = 1$ সমকোণ। অতএব, $OM \perp AB$ (প্রমাণিত)	

অনুশীলনী ১০.১

১। প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অর্থাৎ $AO = BO$ এবং $CO = DO$ । প্রমাণ করতে হবে যে, O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র।

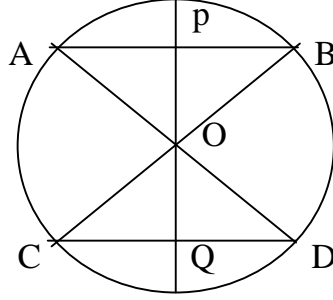
অঙ্কন : A, D এবং B, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle BOC$ -এ, $CO = BO$ এবং $\triangle AOD$ -এ, $DO = AO$ $\therefore AO = BO = CO = DO$ অর্থাৎ O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ A, B, C, D বিন্দুর দূরত্ব সমান। তাই বলা যায় O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো বিন্দুর দূরত্ব সমান \therefore O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র। (প্রমাণিত)	[AB ও CD রেখা O বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হয়েছে।]

২। প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান্তরাল জ্যা। AB ও CD এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে, P, Q এর সংযোজক সরলরেখা O বিন্দুগামী। অর্থাৎ P, O, Q একই সরলরেখায় অবস্থিত প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে।

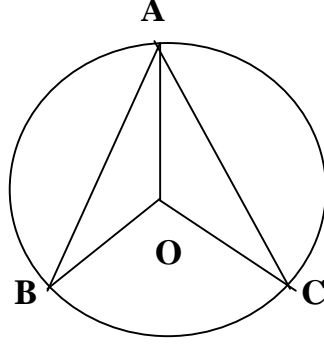
অঙ্কন : P, Q যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle AOP$ ও $\triangle BOP$ এর মধ্যে $AO = BO$ $BP = AP$ এবং OP সাধারণ বাহু $\therefore \triangle AOP \cong \triangle BOP$	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [P, AB এর মধ্যবিন্দু] [বাহু- বাহু- বাহু উপপাদ্য]
(২) $\angle APO = \angle BPO = 1$ সমকোণ $\therefore OP \perp AB$ অনুরূপে $\angle CQO = \angle DQO = 1$ সমকোণ $\therefore OQ \perp CD$	[রৈখিক যুগল কোণ বলে] [রৈখিক যুগল কোণ বলে]
(৩) আবার, $OP = OQ$ $\therefore AO = BO = CO = DO$ অর্থাৎ P, Q, O বিন্দুগামী (প্রমাণিত)	

৩। কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে।
প্রমাণ কর যে, $AB = AC$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB = AC$

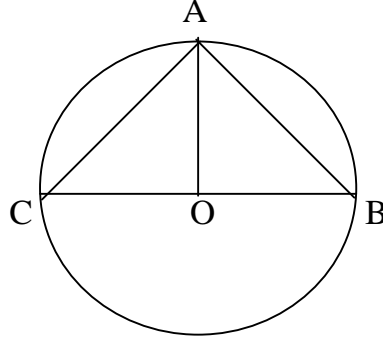
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle AOB$ ও $\triangle AOC$ এর মধ্যে $BO = CO$ $\angle BAO = \angle CAO$ এবং $OA = OA$ $\therefore \triangle AOB \cong \triangle AOC$ $\therefore AB = AC$ (প্রমাণিত)	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কল্পনা] [সাধারণ বাহু] [বাহু - বাহু - বাহু উপপাদ্য]

৪। চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC.

প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAO = \angle CAO$

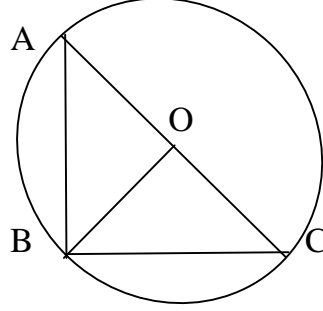
অঙ্কন : O, B এবং O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle AOB$ ও $\triangle AOC$ এর মধ্যে $AB = AC$ $OB = OC$ এবং $OA = OA$ $\therefore \triangle AOB \cong \triangle AOC$ $\therefore \angle BAO = \angle CAO$ (প্রমাণিত)	[কল্পনা] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে] [সাধারণ বাহু] [বাহু- বাহু- বাহু উপপাদ্য]

৫। কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, বৃত্তটি ABC সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A দিয়ে যায়। AB এর মধ্যবিন্দু O বৃত্তটির কেন্দ্র অর্থাৎ $BO = \frac{1}{2} AC$

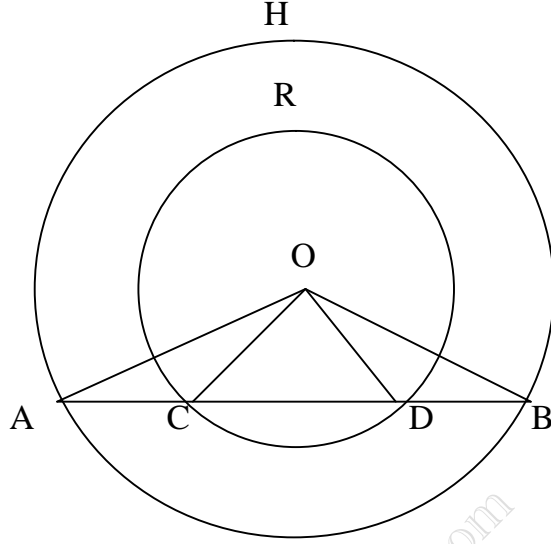
অঙ্কন : O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AC বৃত্তের ব্যাস এবং $\angle ABC =$ এক সমকোণ। সুতরাং A, B, C শীর্ষবিন্দু তিনটি বৃত্তস্থ হবে। অর্থাৎ A, B, C বৃত্তের পরিধির উপর তিনটি বিন্দু। O বৃত্তের কেন্দ্র হওয়ায় $BO = CO = AO$	[অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক- সমকোণ] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
(২) এখন, $AO + CO = AC$ বা, $BO + BO = AC$ বা, $2BO = AC$ $\therefore BO = \frac{1}{2} AC$ (প্রমাণিত)	[(১) থেকে]

৬। দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে।
প্রমাণ কর যে, $AC = BD$.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত ABH ও CDR। ABH বৃত্তের একটি জ্যা AB, CDR বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC = BD$

অঙ্কন : A, O; C, O; D, O ও B, O যোগ করি।

প্রমাণ :

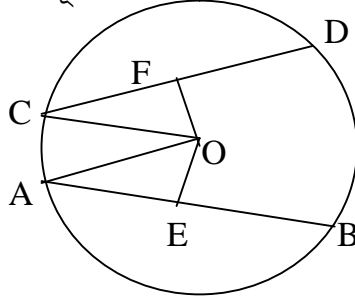
ধাপ	যথার্থতা
(১) $\triangle AOC$ ও $\triangle BOD$ -এ $AO = BO$, $CO = DO$ এবং $\angle OAC = \angle OBD$ $\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD$ $\therefore AC = BD$ (প্রমাণিত)	[একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে] [বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]

10.2

বৃত্ত

উপপাদ্য ২। বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে AB এবং CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।



অঙ্কন : O থেকে AB এবং CD জ্যা- এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব রেখাংশ আঁকি। O, A এবং O, C যোগ করি।

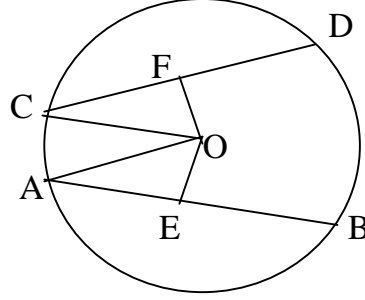
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $OE \perp AB$ ও $OF \perp CD$ সুতারাং, $AE = BE$ এবং $CF = DF$ $AE = \frac{1}{2} AB$ এবং $CF = \frac{1}{2} CD$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) কিন্তু $AB = CD$ $\therefore AE = CF$	[কল্পনা]
(৩) এখন $\triangle OAE$ এবং $\triangle OCF$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে। অতিভুজে $OA =$ অতিভুজ OC এবং $AE = CF$ $\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF$ $\therefore OE = OF$	[উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [ধাপ ২] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ- বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]
(৪) কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে AB জ্যা এবং CD জ্যা- এর দূরত্ব। সুতারাং, AB এবং CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। (প্রমাণিত)	

উপপাদ্য ৩। বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

সমাধান :

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OE ও OF লম্ব। তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যা- এর দূরত্ব নির্দেশ করে। OE = OF হলে প্রমাণ করতে হবে যে, AB = CD.



অঙ্কন : O, A এবং O, C যোগ করি।

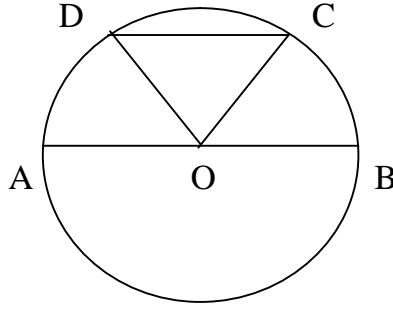
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু OE \perp AB ও OF \perp CD সুতরাং, $\angle OEA = \angle OFC =$ এক সমকোণ	[সমকোণ]
(২) এখন, $\triangle OAE$ এবং $\triangle OCF$ সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OA = অতিভুজ OC এবং OE = OF $\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF$ $\therefore AE = CF$	[উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কল্পনা] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ- বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]
(৩) $AE = \frac{1}{2} AB$ এবং $CF = \frac{1}{2} CD$ ।	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
(৪) সুতরাং $\frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} CD$ অর্থাৎ AB = CD	

উদাহরণ ৪। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

সমাধান :

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা।
প্রমাণ করতে হবে যে, $AB > CD$



অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

$OA = OB = OC = OD$ [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন $\triangle OCD$ এ

$$OC + OD > CD$$

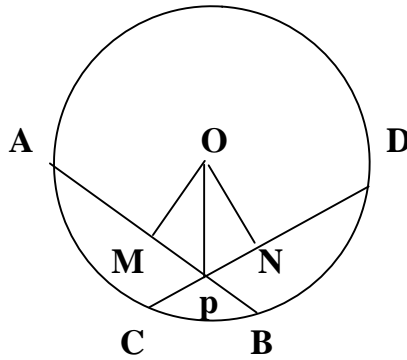
বা, $OA + OB > CD$

অর্থাৎ $AB > CD$

অনুশীলনী ১০.২

১। বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, এদের একটি অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে দুইটি সমান জ্যা AB ও CD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PA = PD এবং PB = PC

অঙ্কন : কেন্দ্র O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OM এবং ON লম্ব অঙ্কন করি। O, P যোগ করি।

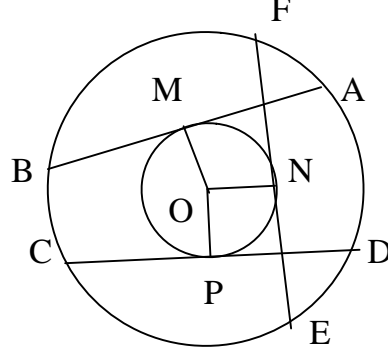
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔMOP ও ΔNOP সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে $OM = ON$ $OP = OP$ $\Delta MOP \cong \Delta NOP$ $\therefore PM = PN$	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী] [সাধারণ বাহু] [অতিভুজ- বাহু উপপাদ্য]
(২) এখন, OM, AB এর উপর লম্ব হওয়ায়, $AM = \frac{1}{2} AB$ এবং ON, CD এর উপর লম্ব হওয়ায়, $DN = \frac{1}{2} CD$	[কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে] [কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
(৩) যেহেতু $AB = CD$ $\therefore AM = DN$ $\therefore PM + AM = PN + DN$ সুতরাং $PA = PD$	[কল্পনা] [ধাপ- ২ হতে]
(৪) আবার, $AB = CD$ বা, $AB - PA = CD - PD$ $\therefore PB = PC$ অতএব, $PA = PD$ এবং $PB = PC$ (প্রমাণিত)	[ধাপ- ৩ হতে]
সুতরাং $\angle OMA = \angle OMB = 1$ সমকোণ। অতএব, $OM \perp AB$ (প্রমাণিত)	

২। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা- এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O। AB, CD ও EF তিনটি পরস্পর সমান জ্যা। M, N এবং P যথাক্রমে AB, EF ও CD এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N এবং P সমবৃত্ত।

অঙ্কন : O, M; O, N এবং O, P যোগ করি।

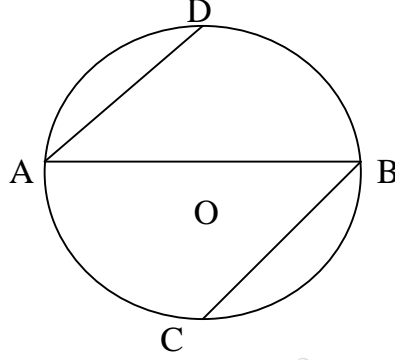
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
<p>(১) যেহেতু M, AB এর মধ্যবিন্দু এবং OM কেন্দ্রগামী রেখাংশ। \therefore OM, AB এর উপর লম্ব। OP, CD এর উপর লম্ব এবং ON, EF এর উপর লম্ব। সেহেতু $OM = OP = ON$</p> <p>(২) সুতারাং O কে কেন্দ্র করে OM বা OP বা ON এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে। অতএব, M, N ও P সমবৃত্ত। (প্রমাণিত)</p>	<p>[বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা- এর উপর লম্ব] [উপপাদ্য - ২] [বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]</p>

৩। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয়।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : দেখতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB ব্যাসের A প্রান্ত থেকে AD জ্যা এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা অঙ্কন করা হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, $AD \parallel BC$

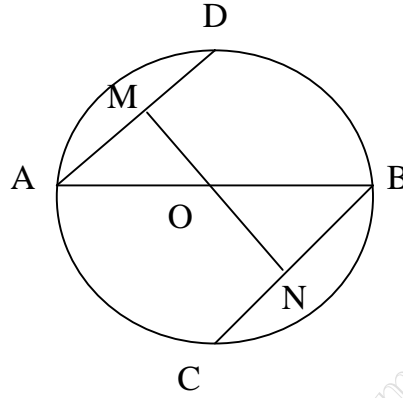
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $AD = BC$ এবং AB তাদের ছেদক $\therefore \angle BAD = \angle ABC$	[কল্পনা] [একান্তর কোণ বলে]
(২) ছেদকের উভয় পাশের একান্তর কোণগুলো সমান হলে রেখাদ্বয় সমান্তরাল। $\therefore AD \parallel BC$ (প্রমাণিত)	

৪। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয়।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস। AB এর A প্রান্ত থেকে AD জ্যা আঁকা হল এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা আঁকা হল এবং $AD \parallel BC$ । প্রমাণ করতে হবে যে, $AD = BC$



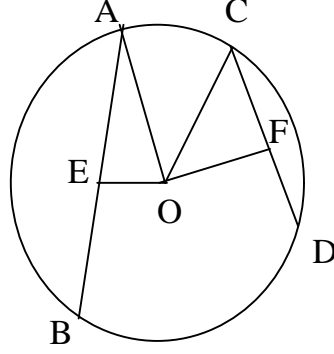
অঙ্কন : কেন্দ্র O থেকে AD ও BC এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) সমকোণী $\triangle AOM$ ও $\triangle BON$ এ, $AO = BO$ এবং $AM = BN$ $\therefore \triangle AOM \cong \triangle BON$ $\therefore OM = ON$	[কল্পনা] [অতিভুজ- বাহু উপপাদ্য]
(২) সুতারাং $AD = BC$ (প্রমাণিত)	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা সমান]

৫। দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা- এর মধ্যে বৃহত্তম জ্যা- টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা এবং $AB > CD$ ।
AB ও CD এর উপরে লম্বদ্বয় যথাক্রমে OE ও OF। দেখাতে হবে যে, $OE < OF$

অঙ্কন : O, A ও O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$ $AE = \frac{1}{2} AB$, $CF = \frac{1}{2} CD$ বৃত্তের	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর উপর অঙ্কিত জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) কিন্তু $AB > CD$ $\therefore AE > CF$	
(৩) এখন, $\triangle OAE$ ও $\triangle OCF$ এর মধ্যে $OA^2 = AE^2 + OE^2$ এবং $OC^2 = CF^2 + OF^2$ কিন্তু $OA = OC$ $\therefore OA^2 = OC^2$ $\therefore AE^2 + OE^2 = CF^2 + OF^2$	[অতিভূজ উপর অঙ্কিত বর্গ অপার দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের সমষ্টির সমান] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(৪) এখন, $AE > CF$ হওয়ায় $AE^2 > CF^2$ $\therefore OE^2 < OF^2$ বা, $OE < OF$ অর্থাৎ বৃহত্তর জ্যাটি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। (দেখানো হলো)	[ধাপ (৩) হতে]